PRUEBAS DE CONOCIMIENTOS Y DESTREZAS INDISPENSABLES (CDI)

1. Calcular el valor de A y B, dando el resultado de la forma más sencilla posible

$$A = 8 - 3\,.\,\frac{1}{1+\frac{1}{2}} \qquad\qquad B = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^4$$

Solución:

$$A = 8 - 3\,.\,\frac{1}{1+\frac{1}{2}} = 8 - 3\,.\,\frac{1}{\frac{3}{2}} = 8 - \cancel{3}\,.\,\frac{2}{\cancel{3}} = 8 - 2 = 6$$

$$B = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^4 = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^4}{2^4} = \frac{\sqrt{2^4}}{2^4} = \frac{\sqrt{16}}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

2. Rellena la siguiente tabla. En cada columna, el porcentaje, la fracción y el decimal deben de ser equivalentes:

Porcentaje	30%		
Fracción		$\frac{3}{4}$	
Decimal			0,04

Solución:

Porcentaje	30%	75%	4%
Fracción	$\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{100} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$
Decimal	0,3	0,75	0,04

3. Juan y Pedro se entrenan lanzando tiros a una canasta de baloncesto desde un mismo punto. De 40 tiros, Juan ha fallado 18, y Pedro, de 50 tiros, ha encestado 28.

a) ¿Qué porcentaje de aciertos ha obtenido Juan?

b) ¿Cuál de los dos te parece mejor encestador?. Justifica la respuesta.

Solución:

a) Si Juan ha fallado 18 de 40 tiros, ha encestado 22.

En forma de fracción sería: $\frac{22}{40}$ (probabilidad de acierto)

Para pasarlo a forma de porcentaje hay que calcular el $\frac{22}{40}$ de 100:

$$\frac{22}{40} \cdot 100 = \frac{22 \cdot 10\cancel{0}}{4\cancel{0}} = \frac{220}{4} = 55\%$$

b) La probabilidad de acierto de Pedro es de $\frac{28}{50}$, mientras que la de Juan es de $\frac{22}{40}$

Hay que comparar estas dos fracciones, reduciendo a común denominador:

$$\left.\begin{array}{l} 50 = 2 \cdot 5^2 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{array}\right\} \quad \text{m.c.m.}\,(40, 50) = 2^3 \cdot 5^2 = 200$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Pedro}: \quad \frac{28}{50} = \frac{112}{200} \\ \\ \text{Juan}: \quad \frac{22}{40} = \frac{110}{200} \end{array}\right. \quad \mapsto \quad \text{Pedro es mejor encestador}$$

4. Resuelve estos ejercicios de tiempos

a) Expresa el tiempo de 3,2 h en horas y minutos

b) Ordena los siguientes tiempos de menor a mayor: 3,2 h ; 182 min ; 3h y 10 min

Solución:

a) 1 hora = 60 minutos $\left\{\begin{array}{l} 3 \text{ horas} \\ 0{,}2 \cdot 60 = 12 \text{ minutos} \end{array}\right. \quad \mapsto \quad 3{,}2 \text{ h} = 3\text{h y } 12 \text{ minutos}$

b) Hay que pasar todos los tiempos a la misma unidad de medida, sea a minutos:

$$\begin{cases} 3 \text{ horas} = 3\ .\ 60 = 180 \text{ minutos} \\ 0{,}2\ .\ 60 = 12 \text{ minutos} \end{cases} \xrightarrow{180 \min + 12 \min} 3{,}2 \text{ h} = 192 \text{ minutos}$$

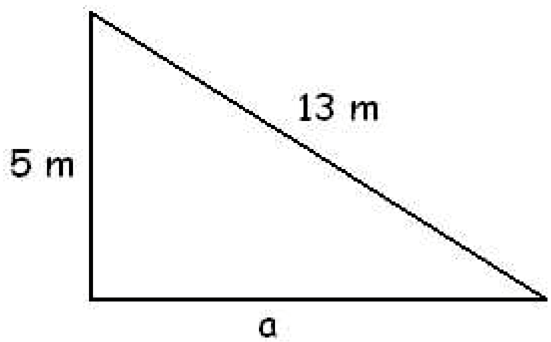
182 minutos = 182 minutos

$$\begin{cases} 3 \text{ horas} = 3\ .\ 60 = 180 \text{ minutos} \\ 10 \text{ minutos} = 10 \text{ minutos} \end{cases} \xrightarrow{180 \min + 10 \min} 3\text{h y } 10 \text{ minutos} = 190 \text{ minutos}$$

Ordenados de menor a mayor: $182 \text{ minutos} < 3\text{h y } 10 \text{ minutos} < 3{,}2 \text{ horas}$

5. Una rampa tiene una longitud de 13 m y salva un desnivel de 5 m. ¿Qué longitud tiene la base de la rampa?

Solución:



Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$a^2 + 5^2 = 13^2 \quad \mapsto \quad a^2 + 25 = 169$$

$$a^2 = 169 - 25 = 144 \quad \leftrightarrow \quad a = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$$

La base de la rampa mide 12 m

6. Pon los exponentes que faltan para que las igualdades sean verdaderas:

a) $3^5\ .\ 3^{\square} = 3^{12}$ b) $4{,}2 \times 10^{15} = 4200 \times 10^{\square}$

Solución:

a) Para que dos potencias sean iguales tienen que tener la misma base y el mismo exponente. En consecuencia:

$$3^5\ .\ 3^{\square} = 3^{12} \quad \mapsto \quad 5 + \square = 12 \quad \mapsto \quad \square = 12 - 5 = 7 \quad \Rightarrow \quad 3^5\ .\ 3^{\boxed{7}} = 3^{12}$$

b) $4{,}2 \times 10^{15} = 42 \times 10^{\boxed{14}} = 420 \times 10^{\boxed{13}} = 4200 \times 10^{\boxed{12}} \quad \equiv$ El exponente es 12

$$4{,}2 \times 10^{15} = 4200 \times 10^{\boxed{12}}$$

7. Marca con una cruz el rectángulo correspondiente a V o a F, a la derecha de cada igualdad, según sea la igualdad verdadera o falsa.

$\frac{5+10x}{5}=10x$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

$4+8z=4(1+2z)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

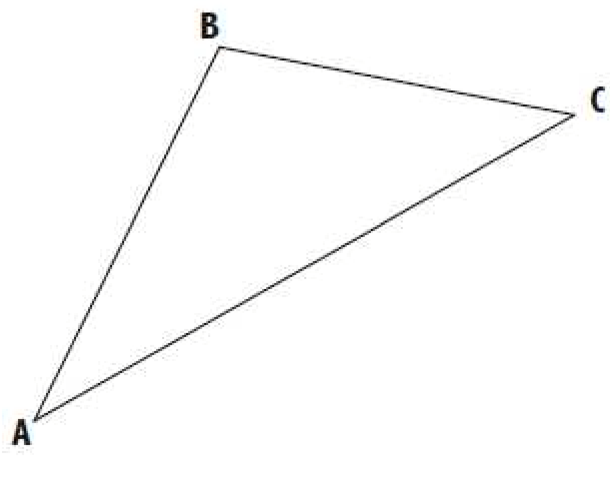
$(a-b)^2=a^2-b^2$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

$\sqrt{a^2+9}=a+3$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

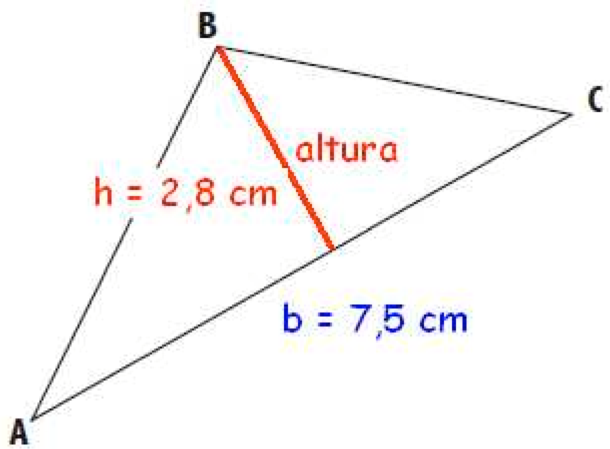
Solución:

- $\frac{5+10x}{5}=10x \quad \mapsto \quad \frac{5+10x}{5}=\frac{\cancel{5}\,.(1+2x)}{\cancel{5}}=1+2x\neq 10x$ FALSO
- $4+8z=4(1+2z)$ VERDADERO
- $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab\ \neq a^2-b^2$ FALSO
- $\sqrt{a^2+9}=a+3 \quad \mapsto \quad \left(\sqrt{a^2+9}\right)^2=\left(a+3\right)^2 \quad \mapsto \quad a^2+9\ \neq\ a^2+9+6a$ FALSO

8. Dibuja la altura del triángulo ABC desde el vértice B, toma medidas con la regla y calcula su área, dando el resultado en cm^2



Solución:



$$A = \frac{b\,.\,h}{2} = \frac{7{,}5\,.\,2{,}8}{2} = 10{,}5\,cm^2$$

9. Las notas de Rosa en las dos primeras evaluaciones de matemáticas han sido 3,5 y 4,6. Quiere tener como media de las tres evaluaciones al menos un 5. ¿Cuánto tendrá que sacar, por los menos, en la tercera evaluación?

Solución:

Llamando 'x' a la nota obtenida en la tercera evaluación.

$$\frac{3{,}5+4{,}6+x}{3} = 5 \quad \mapsto \quad 8{,}1+x=15 \quad \mapsto \quad x = 15-8{,}1 = \boxed{6{,}9}$$

Tiene que sacar, al menos, un 6,9 en la tercera evaluación.

10. Pedro tiene dos números. Uno de ellos es el 630 y del otro sabemos que es una potencia de 2.

a) Escribe la descomposición factorial de 630 en números primos.

b) ¿Cuál es el máximo común divisor de esos dos números?. Justifica la respuesta.

Solución:

a) $$\begin{array}{r|l} 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \longrightarrow 630 = 2.3^2.5.7$$

b) $$m.c.d.\left[630,\, 2^n.a\right] = 2$$

El segundo número es múltiplo de 2

PROBLEMA 1

La madre de Laura y José ha pagado 122 € por un vestido y una sudadera, que ha regalado a sus hijos. José protesta porque con lo que cuesta el vestido se podrían haber comprado dos sudadera y habrían sobrado 17 €.

a) Traduce la situación al álgebra mediante un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, indicando con claridad el significado de las letras que empleas.
b) Calcula el precio del vestido y el de la sudadera.

Solución:

a) Sea $\begin{cases} x = \text{"precio del vestido"} \\ y = \text{"precio de la sudadera"} \end{cases} \mapsto \begin{cases} x + y = 122 \\ x = 2y + 17 \end{cases}$

b) Para calcular el precio del vestido y l sudadera hay que resolver el sistema planteado, utilizando los métodos conocidos. En este caso, por el método de igualación:

$$\begin{cases} x + y = 122 \\ x = 2y + 17 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x = 122 - y \\ x = 2y + 17 \end{cases} \mapsto \quad 2y + 17 = 122 - y \quad \mapsto \begin{cases} 3y = 122 - 17 \\ 3y = 105 \\ y = \dfrac{105}{3} = 35\,€ \end{cases}$$

Despejando x en la primera ecuación: $x + y = 122 \xrightarrow{y = 35\,€} x = 122 - 35 = 87\,€$

Los precios son: 87 € el vestido y 35 € la sudadera.

PROBLEMA 2

Dos ciclistas A y B, se cruzan en una rotonda de la que salen al mismo tiempo por dos carreteras perpendiculares entre sí. Ruedan los dos a velocidad constante: A va a 8 m/s y B va a 6 m/s.

a) Expresa la velocidad del ciclista B en km/h (kilómetros por hora).
b) Expresa en kilómetros la distancia recorrida por el ciclista A, a partir de la rotonda, al cabo de 5 minutos.
c) Comprueba que la distancia que separa a los dos ciclistas en línea recta un minuto después de salir de la rotonda es de 600 metros.

Solución:

a) La velocidad del ciclista B a 6 m/s equivale:

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \qquad \left\{ \begin{array}{l} 6 \text{ m} / 1000 = 0,006 \text{ km} \\ \\ 0,006 \text{ km} / 3600 \text{ sg} = 21,6 \text{ km} / \text{h} \end{array} \right.$$
$$1 \text{h} = 60 \text{ min} = 60 \,.\, 60 = 3600 \text{ s}$$

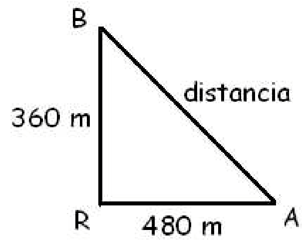
b) El ciclista A va a una velocidad de 8 m/s, al cabo de 5 minutos habrá recorrido:

$$\left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ minutos} \times 60 = 300 \text{ segundos} \\ \\ \text{distancia} = \text{velocidad} \times \text{tiempo} \quad \mapsto \quad \text{distancia} = 8 \text{ m/s} \times 300 \text{ s} = 2400 \text{ m} = 2,4 \text{ km} \end{array} \right.$$

c) Un minuto después de salir de la rotonda los ciclistas A y B han recorrido:

$$\text{Ciclista A} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos} \\ \text{distancia} = 8 \text{ m/s} \times 60 \text{ s} = 480 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\text{Ciclista B} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos} \\ \text{distancia} = 6 \text{ m/s} \times 60 \text{ s} = 360 \text{ m} \end{array} \right.$$



Aplicando el teorema de Pitágoras: $\text{distancia}^2 = 480^2 + 360^2$

$$\text{distancia} = \sqrt{480^2 + 360^2} = \sqrt{230400 + 129600} = \sqrt{360000} = 600 \text{ metros}$$