

Universidad
Autónoma de Madrid



Estadística Teórica II

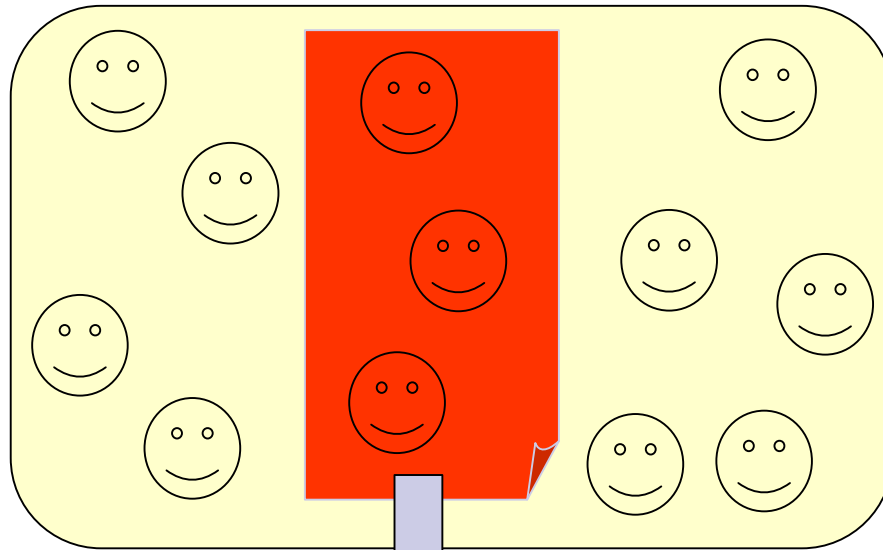
Introducción Contrastes de Hipótesis



Objetivos del tema

- Conocer el proceso para contrastar hipótesis y su relación con el método científico.
- Diferenciar entre hipótesis nula y alternativa
- Nivel de significación
- Significación
- Toma de decisiones, tipos de error y cuantificación del error.

Contrastando una hipótesis



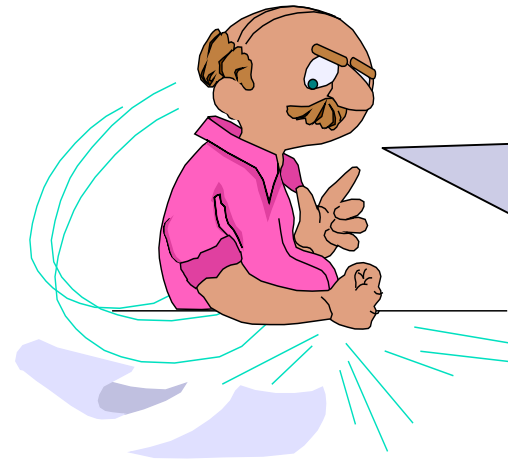
Muestra aleatoria de fumadores

$$\bar{X} = 85 \text{ kg}$$



Son demasiados...

No se si los fumadores pesarán como el resto... unos 70Kg (hipótesis nula)...



¡Gran diferencia!
Rechazo la hipótesis

¿Qué es una hipótesis?

- Una creencia sobre la **población**, principalmente sus parámetros:
 - Media
 - Varianza
 - Proporción/Tasa
- **OJO**: Si queremos contrastarla, debe establecerse **antes** del análisis.

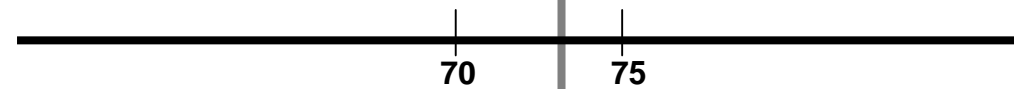
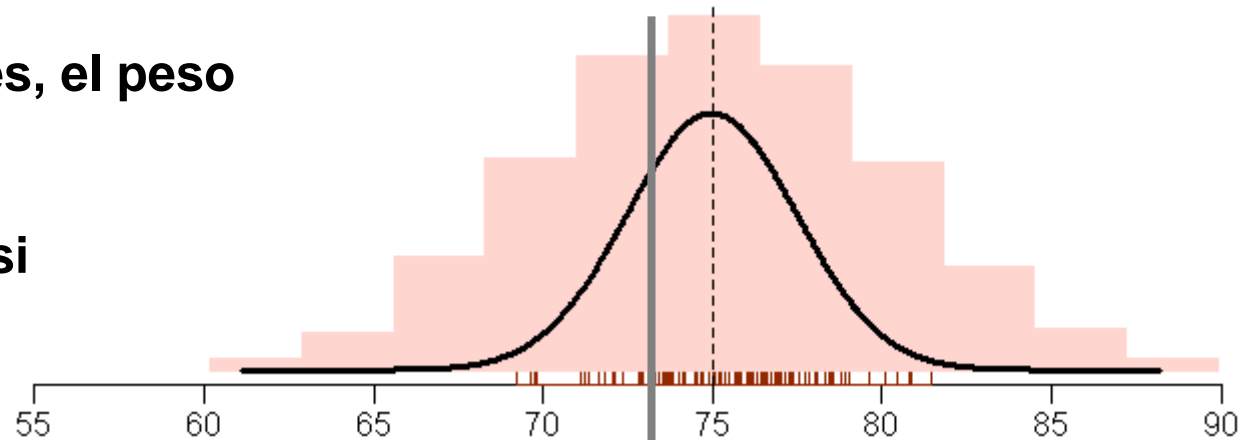
Creo que el porcentaje de enfermos será el 5%



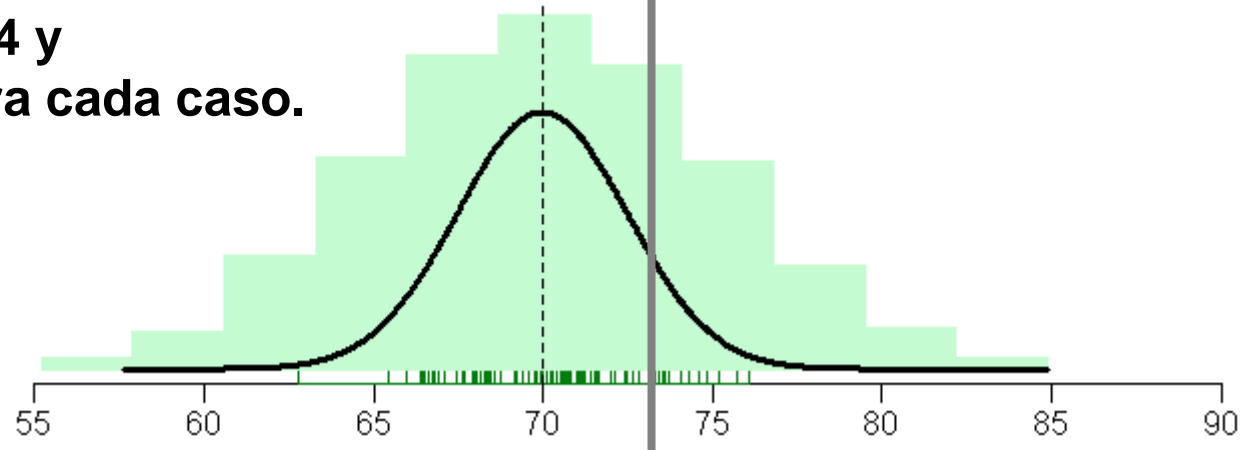
Introducción breve: ¿Los fumadores pesan más?

En la población de no fumadores, el peso medio es 70 kg.

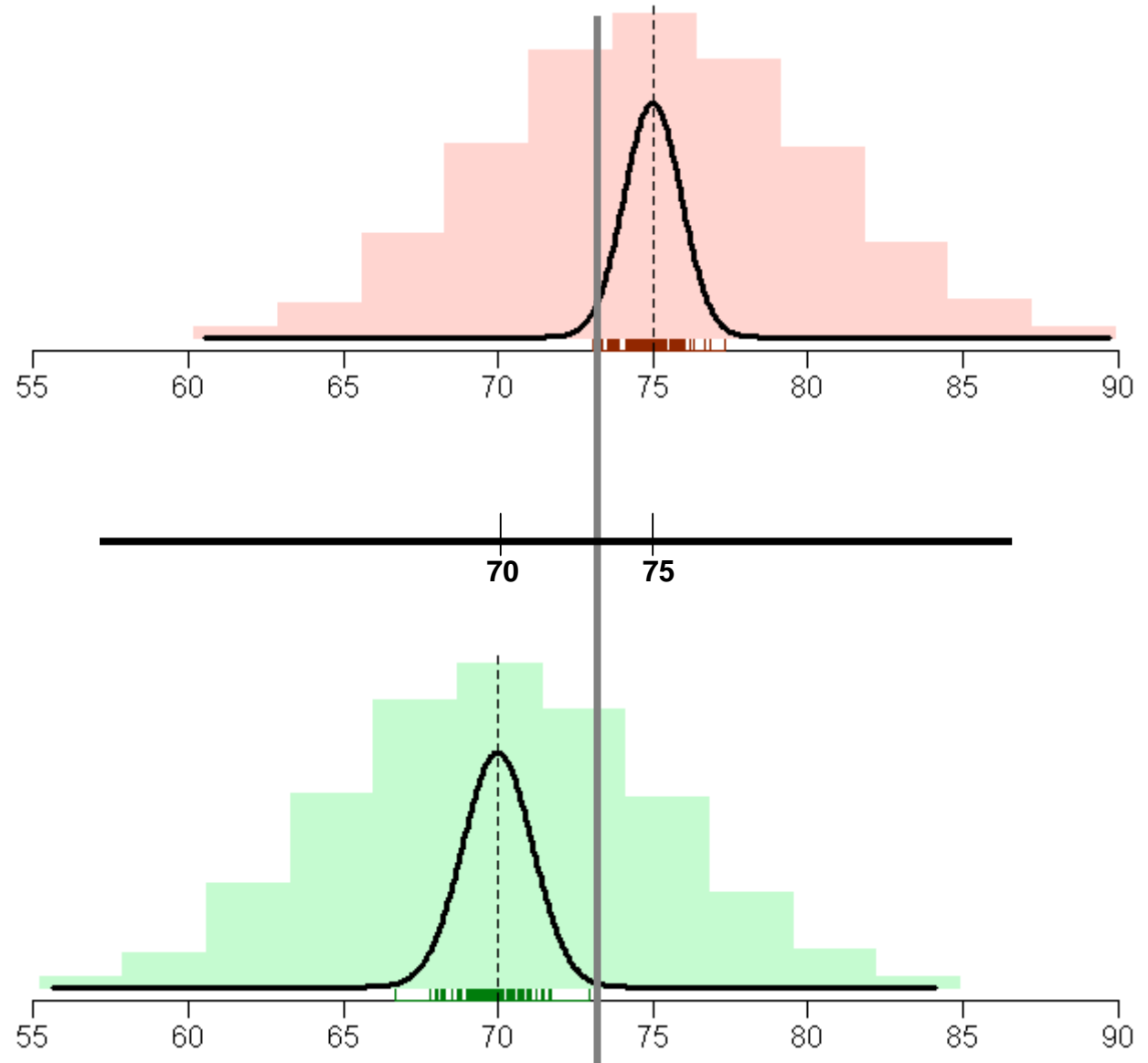
¿Cómo podríamos ‘demostrar’ si los fumadores pesan más...
... unos 5 kg más?



Veamos qué puede ocurrir si tomamos muestras de tamaño 4 y calculamos el peso medio... para cada caso.



Decidir si los fumadores pesan más: Tamaño muestral

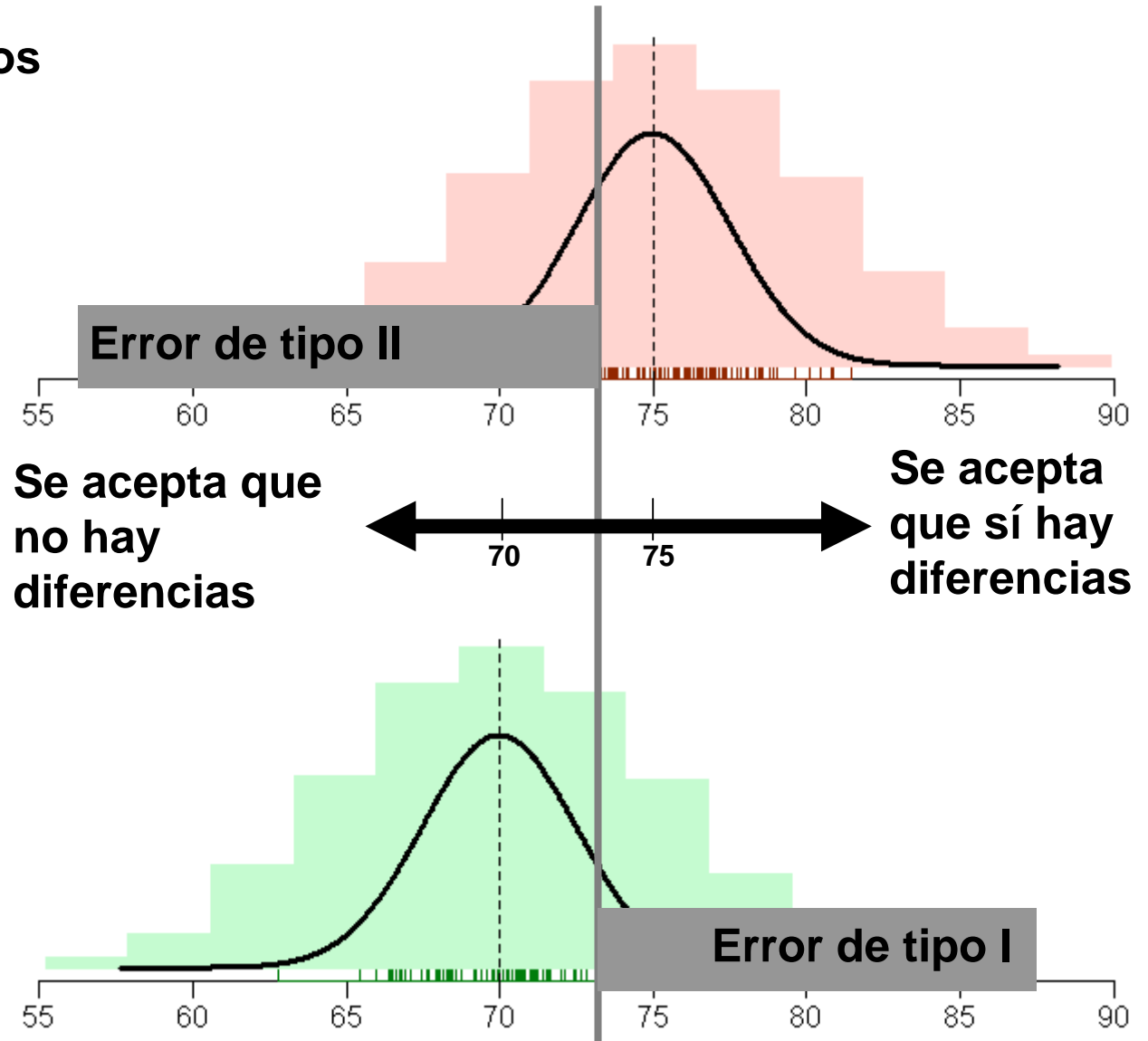


¿Qué puede ocurrir si tomamos muestras de tamaño 30 y calculamos el peso medio?

Decidir si los fumadores pesan más: Tipos de error

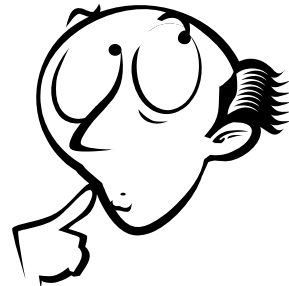
Tomemos la decisión basándonos en muestras de tamaño 4...

Puedo cometer 2 tipos de error.



Identificación de hipótesis

- **Hipótesis nula** H_0
 - La que contrastamos
 - Los datos pueden refutarla
 - No debería ser rechazada sin una buena razón.
- **Hip. Alternativa** H_1
 - Niega a H_0 (y creemos que es 'mejor').
 - Los datos pueden mostrar evidencia a favor
 - No debería ser aceptada sin una gran evidencia a favor.


$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : p = 50\% \quad = , \leq , \geq \\ H_1 : p \neq 50\% \quad \neq , < , > \end{array} \right.$$

¿Quién es H_0 ?

■ **Problema:** ¿La osteoporosis está relacionada con el sexo?

■ **Solución:**

□ Traducir a lenguaje estadístico:

$$p = 50\%$$

□ Establecer su opuesto:

$$p \neq 50\%$$

□ Seleccionar la hipótesis nula

$$H_0 : p = 50\%$$

¿Quién es H_0 ?

■ **Problema:** ¿El colesterol medio para la dieta mediterránea es 6 mmol/l?

■ **Solución:**

□ Traducir a lenguaje estadístico:

$$\mu = 6$$

□ Establecer su opuesto:

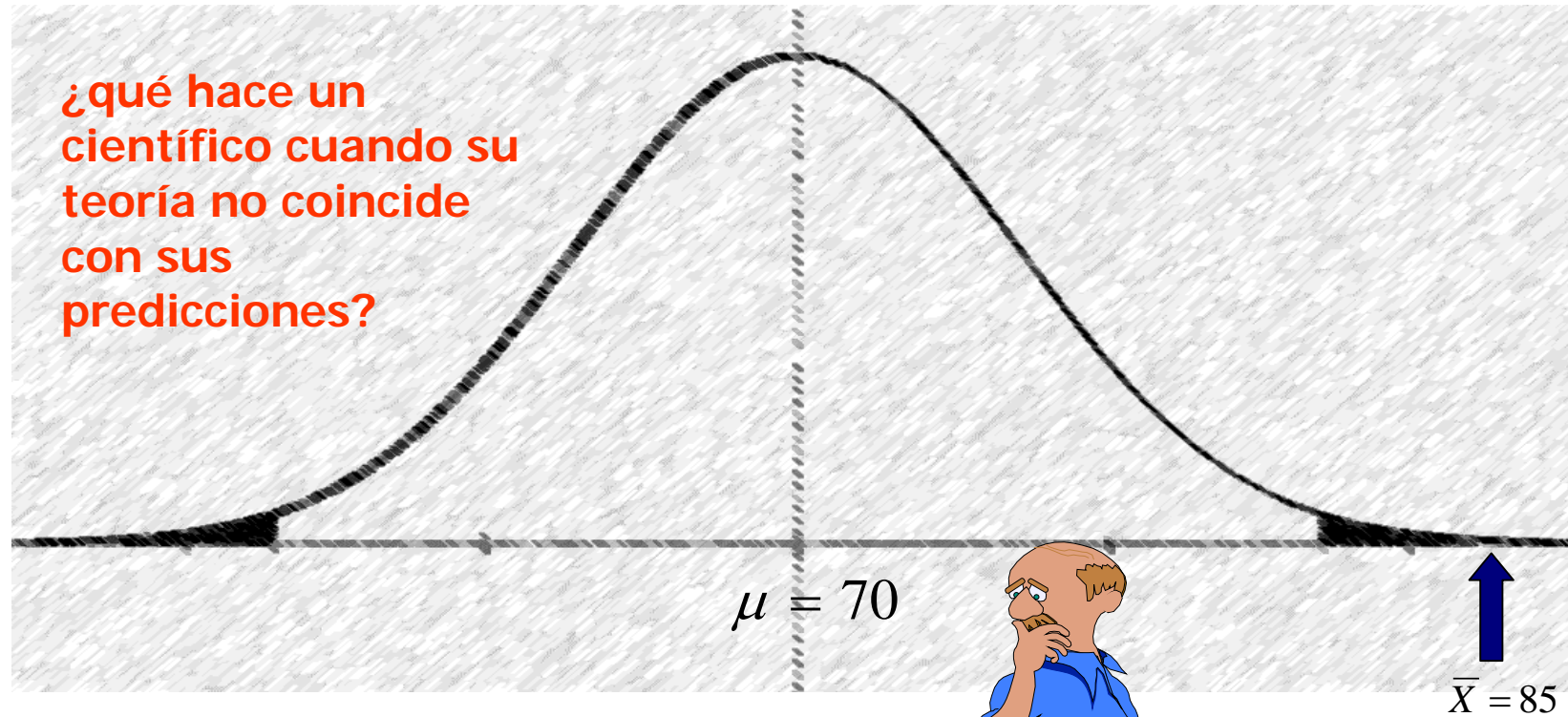
$$\mu \neq 6$$

□ Seleccionar la hipótesis nula

$$H_0 : \mu = 6$$

Razonamiento básico

Si supongo que H_0 es cierta...

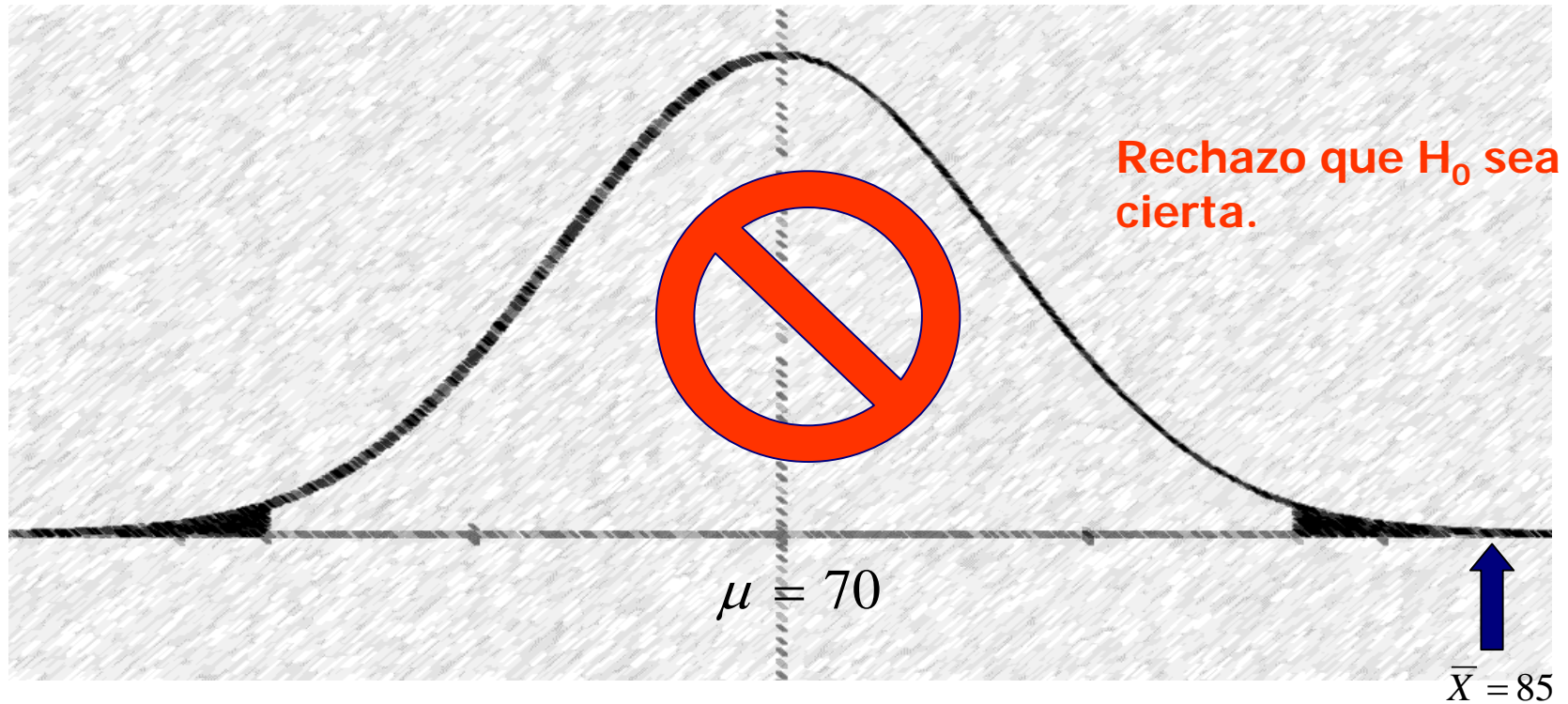


... el resultado del experimento sería **improbable**.

Sin embargo **ocurrió**.

Razonamiento básico

Si supongo que H_0 es cierta...



... el resultado del experimento sería **improbable**.

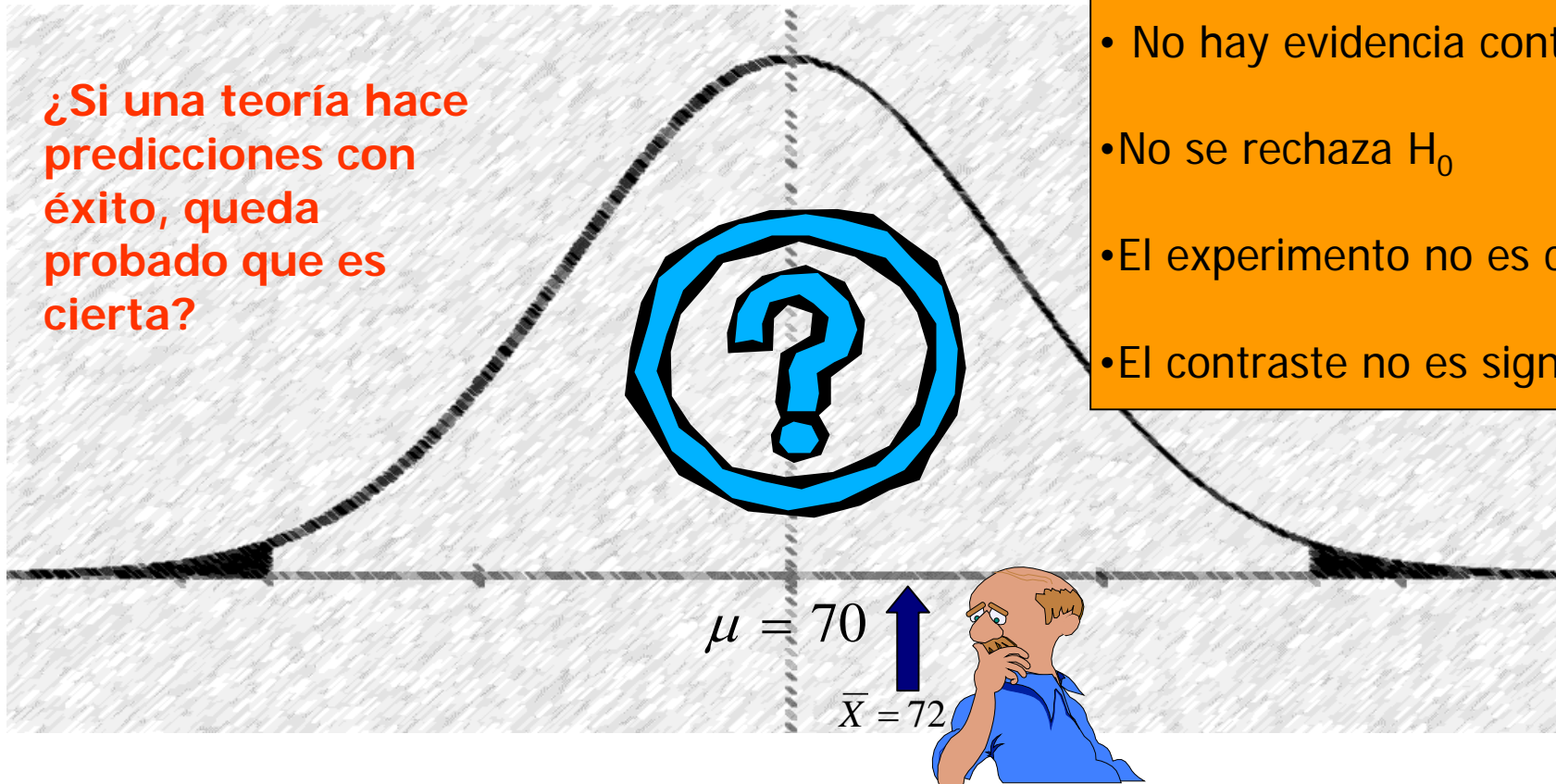
Sin embargo **ocurrió**.

Razonamiento básico

Si supongo que H_0 es cierta...

¿Si una teoría hace predicciones con éxito, queda probado que es cierta?

- No hay evidencia contra H_0
- No se rechaza H_0
- El experimento no es concluyente
- El contraste no es significativo



... el resultado del experimento es **coherente**.

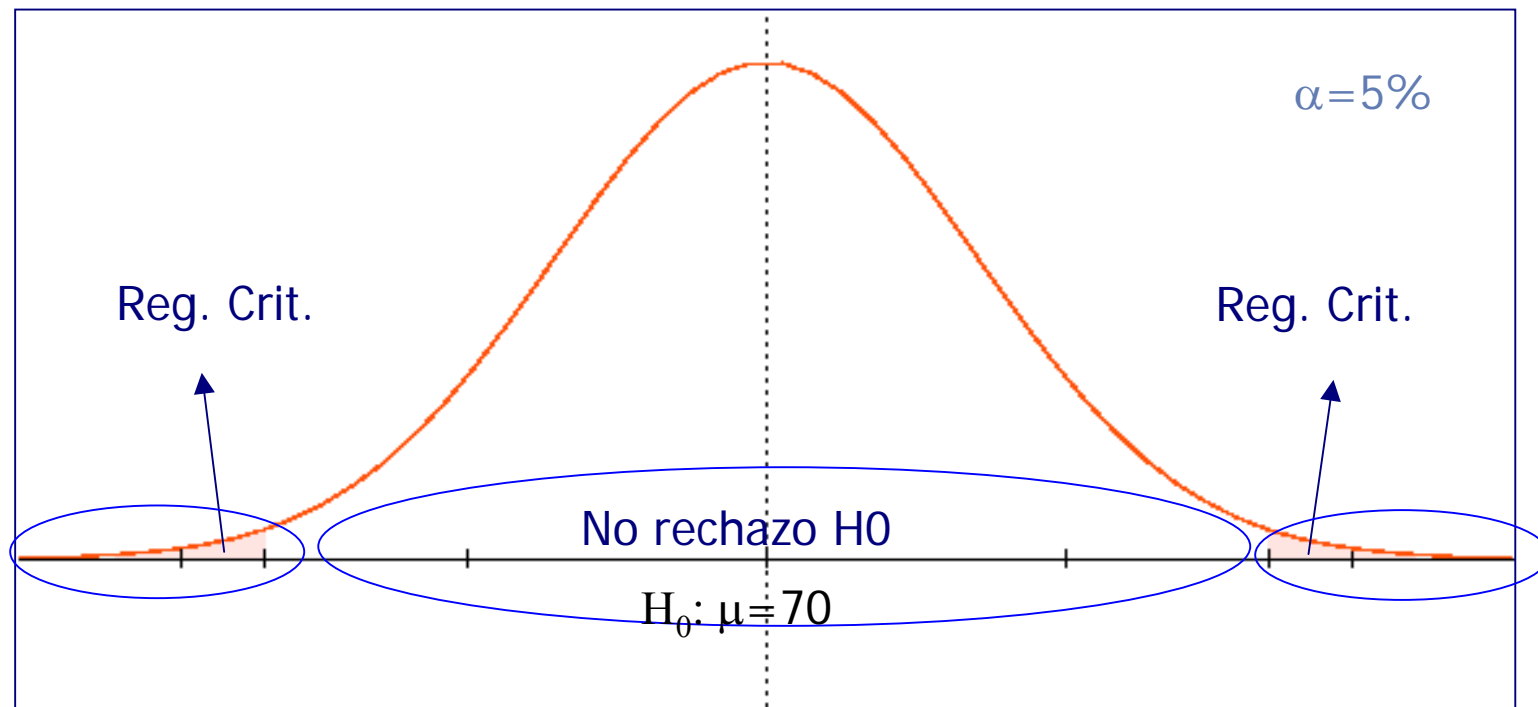
Región crítica y nivel de significación

Región crítica

- Valores 'improbables' si...
- Es conocida antes de realizar el experimento: resultados experimentales que refutarían H_0

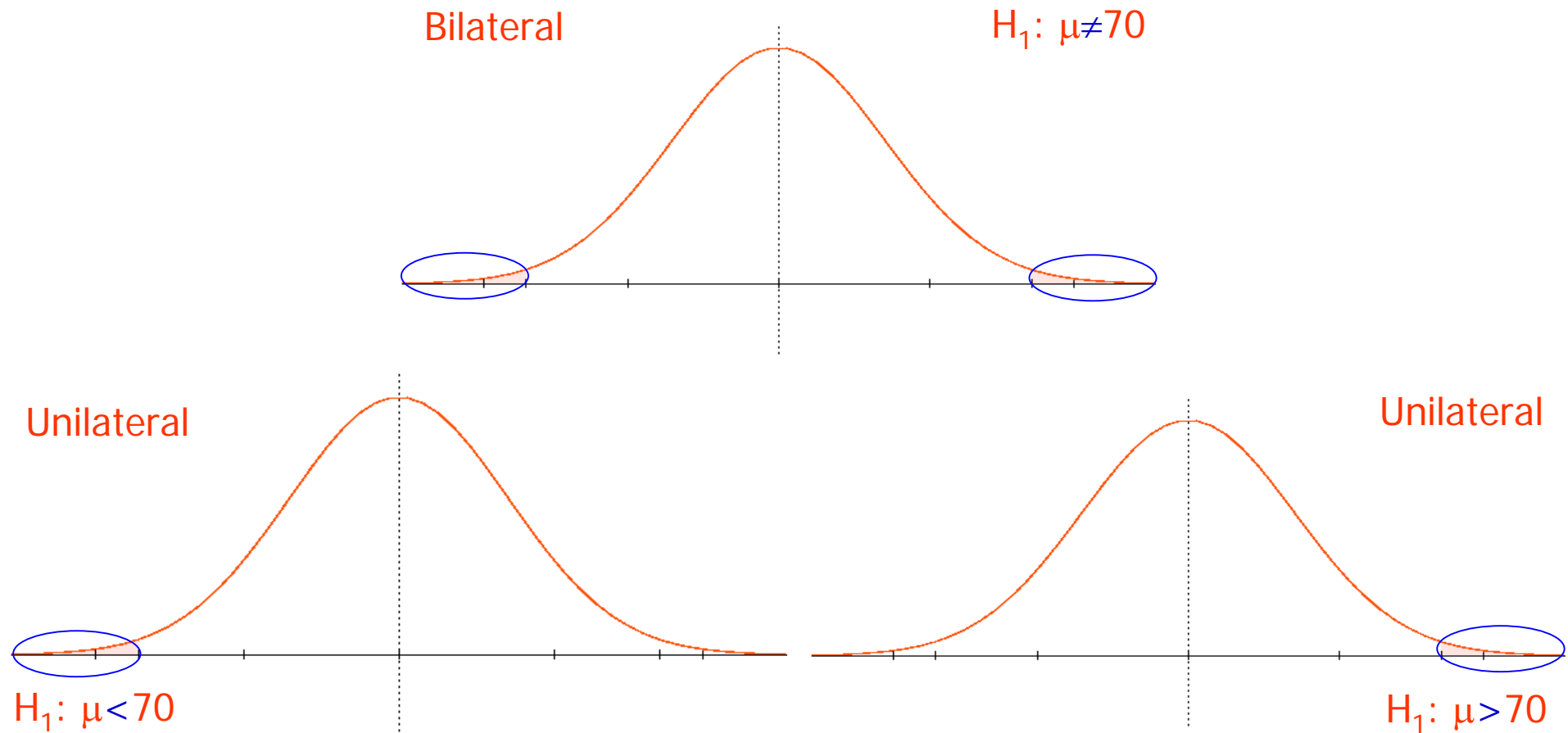
Nivel de significación: α

- Número pequeño: 1% , 5%
- Fijado de antemano por el investigador
- Es la probabilidad de rechazar H_0 cuando es cierta

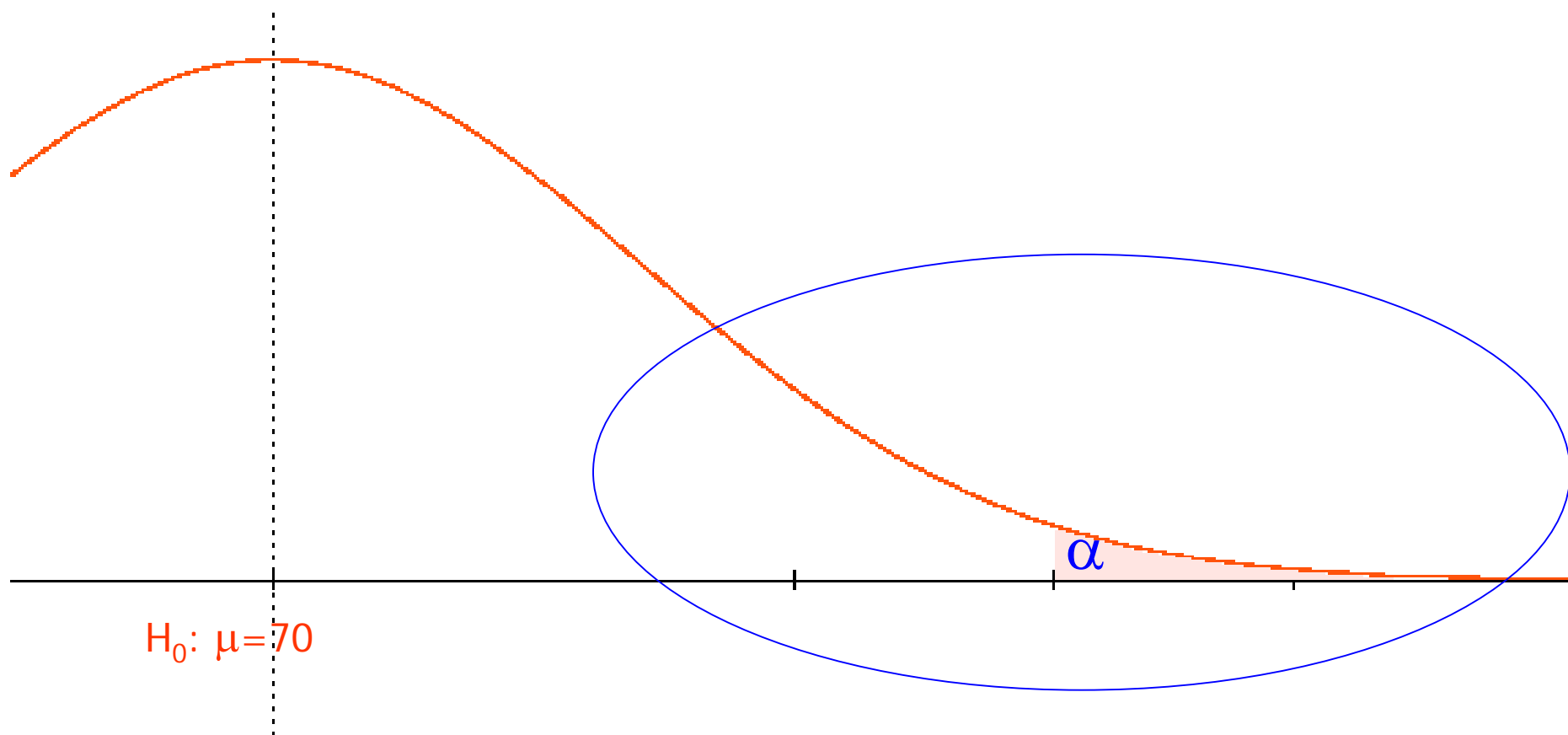


Contrastes: unilateral y bilateral

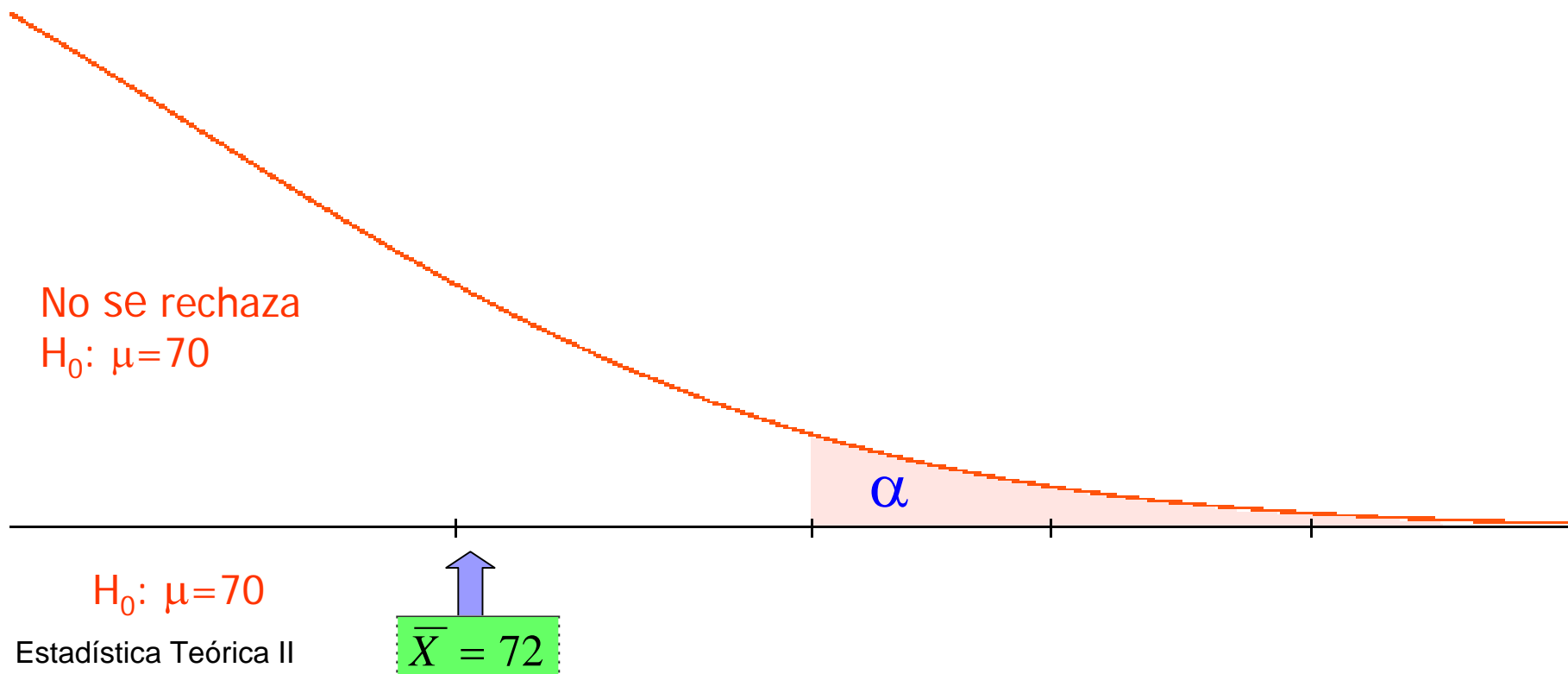
La posición de la región crítica depende de la hipótesis alternativa



Significación: p



Significación: p



Significación: p

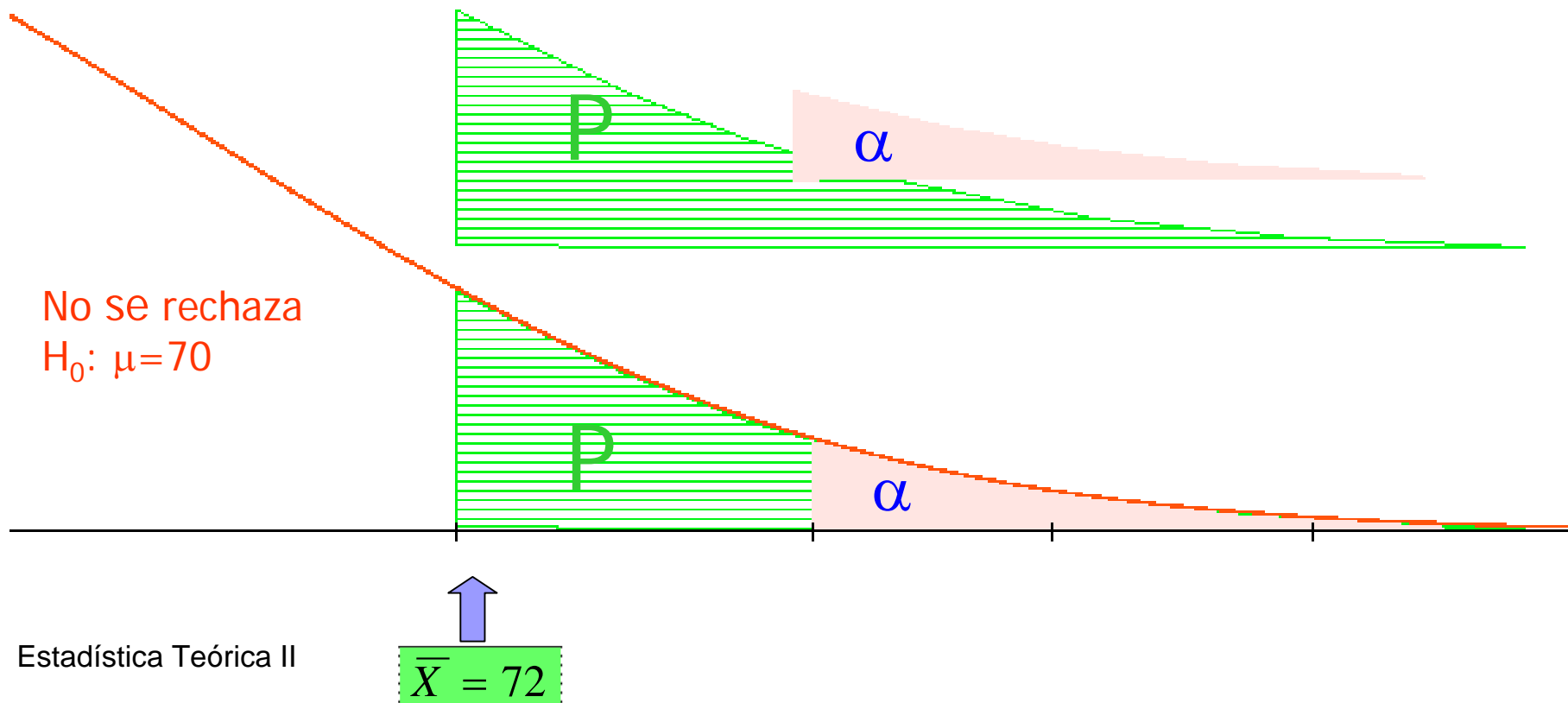
Es la probabilidad que tendría una región crítica que comenzase exactamente en el valor del estadístico obtenido de la muestra.

Es la probabilidad de tener una muestra que **discrepe aún más** que la nuestra de H_0 .

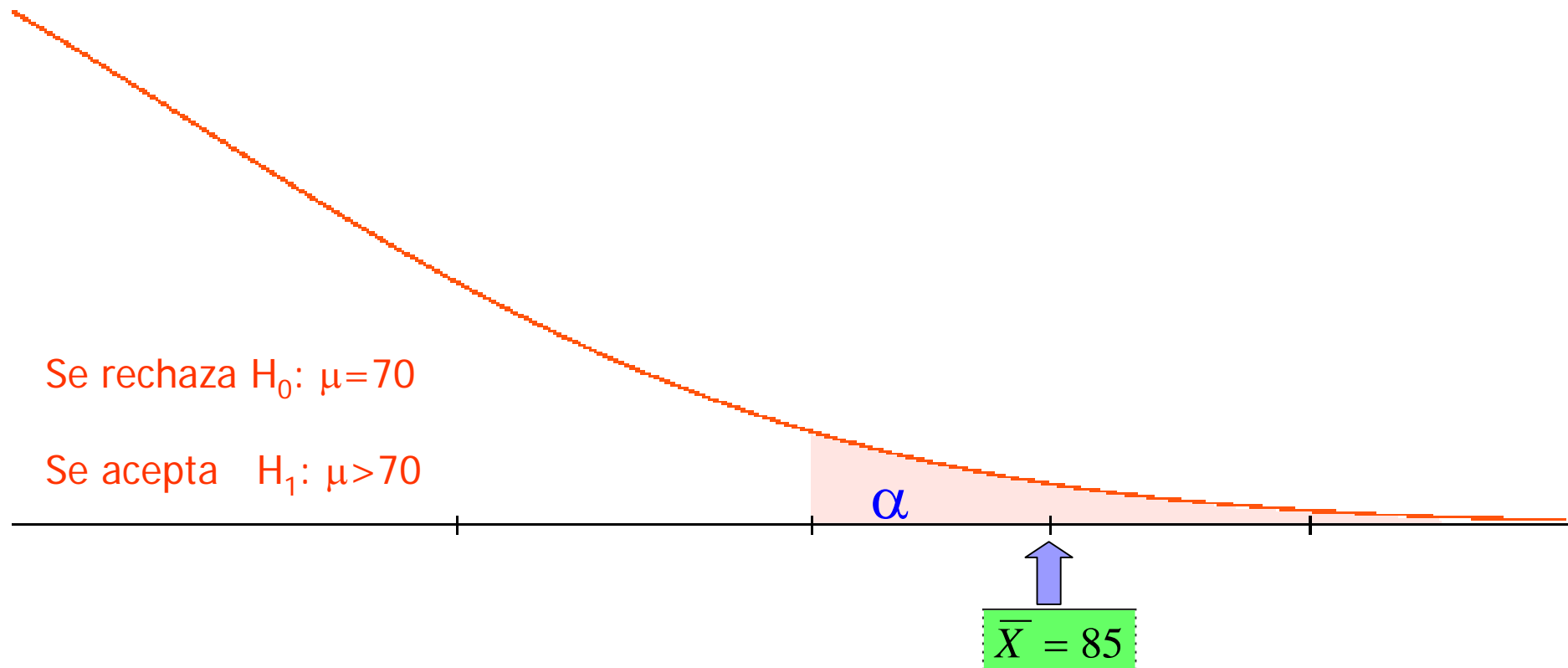
Es la probabilidad de que por **puro azar** obtengamos una muestra "más extraña" que la obtenida.

p es conocido **después de** realizar el experimento aleatorio

El contraste es **no significativo** cuando $p > \alpha$



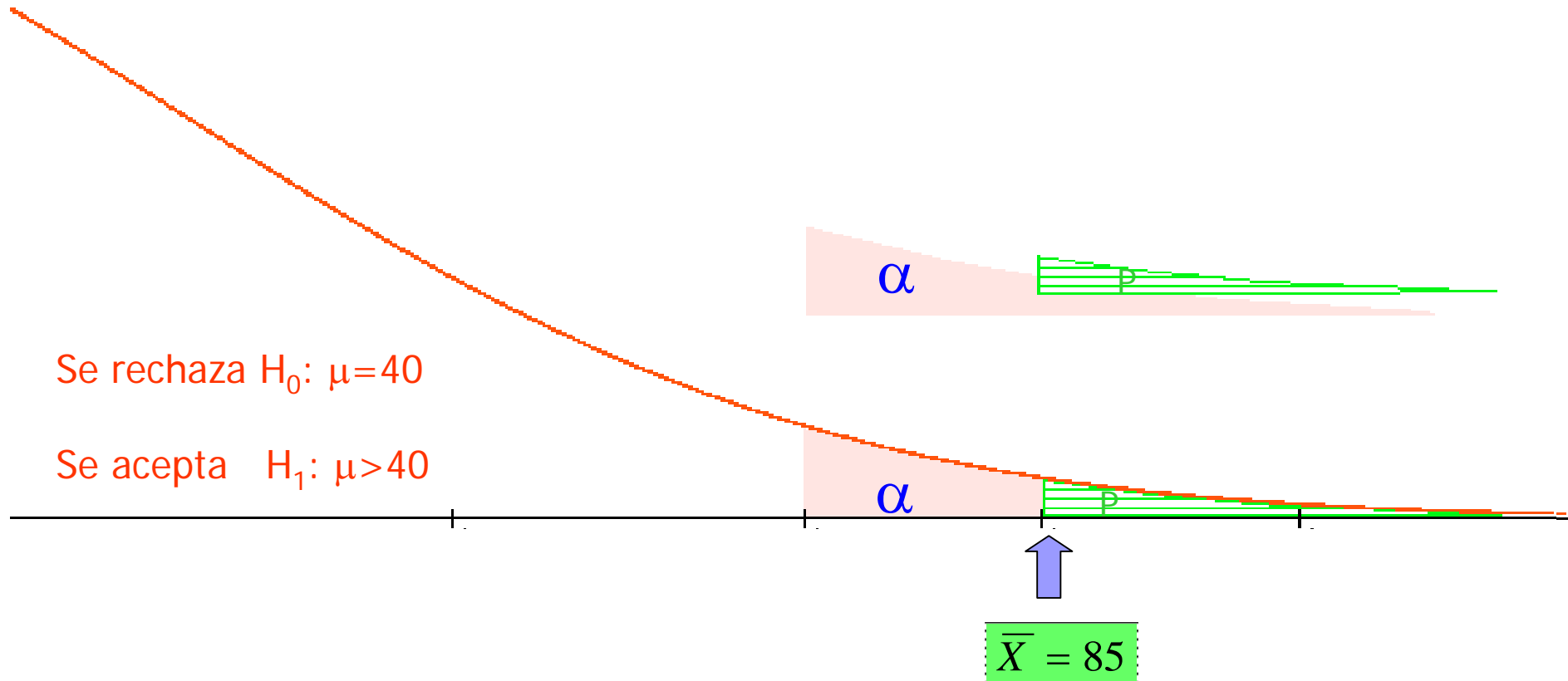
Significación : p



Significación : p

El contraste es **estadísticamente significativo** cuando $p < \alpha$

Es decir, si el resultado experimental discrepa más de "lo tolerado" *a priori*.





Resumen: α , p y criterio de rechazo

■ Sobre α

- Es número pequeño, preelegido al diseñar el experimento
- Conocido α sabemos todo sobre la región crítica

■ Sobre p

- Es conocido tras realizar el experimento
- Conocido p sabemos todo sobre el resultado del experimento

■ Sobre el criterio de rechazo

- **Contraste significativo = p menor que α**

Resumen: α , p y criterio de rechazo



Estadísticos de contraste ^a

	Edad del encuestado
U de Mann-Whitney	259753,500
W de Wilcoxon	462319,500
Z	-2,317
Sig. asintót. (bilateral)	,021

a. Variable de agrupación: Sexo del encuestado

■ Sobre el criterio de rechazo

□ **Contraste significativo = p menor que α**

as well as the Pearson chi-square test for continuity.
A **signification level of $P < 0,05$** was selected using t_l
for Windows V-5, 1992 in a IBM compatible DX 486.

MATERIAL Y METODO

Se realizó un estudio de tipo prospectivo y longitudinal
estuvo constituido por todos los recién nacidos de m
servicio de Neonatología del Hospital Gineco-Obstétr
Ciudad de La Habana en el período comprendido ent
1993, a los que se le realizó un seguimiento en la se
Hospital por un equipo multitudinario.

La muestra del presente estudio estuvo constituida p
que cumplieran como criterio de inclusión haber com
primeros dos años de edad corregida como mínimo.


Con los 86 pacientes se conformaron 2 grupos:

- a. **Ventilados** (26 pacientes): formado por aquellos
mecánica a presión positiva intermitente durar
neonatal.
- b. **No Ventilados** (60 pacientes): Integrado por lo
no recibieron ninguna modalidad de apoyo ver

Ejemplo

- Problema: ¿Está sesgada la moneda?




$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{prob cruz} = 50\% \\ H_1 : \text{prob cruz} > 50\% \end{array} \right.$$

Experimento: Lanzar la moneda repetidamente:



P=50%



P=25%



P=12,5%



P=6,25%



P=3%



P=1,5%

Riesgos al tomar decisiones

Ejemplo 1: Se juzga a un individuo por la *presunta* comisión de un delito

- H_0 : Hipótesis nula

- Es inocente

Los datos pueden refutarla

La que se acepta si las pruebas no indican lo contrario

Rechazarla por error tiene graves consecuencias

- H_1 : Hipótesis alternativa

- Es culpable

No debería ser aceptada sin una gran evidencia a favor.

Rechazarla por error tiene consecuencias consideradas menos graves que la anterior



Riesgos al contrastar hipótesis

Ejemplo 2: Se cree que un nuevo tratamiento ofrece buenos resultados

Ejemplo 3: Parece que hay una incidencia de enfermedad más alta de lo normal

■ H_0 : Hipótesis nula

- (Ej.1) Es inocente
- (Ej.2) El nuevo tratamiento no tiene efecto
- (Ej.3) No hay nada que destacar

No especulativa



■ H_1 : Hipótesis alternativa

- (Ej.1) Es culpable
- (Ej.2) El nuevo tratamiento es útil
- (Ej. 3) Hay una situación anormal

Especulativa



Tipos de error al tomar una decisión

		Realidad	
		Inocente	Culpable
veredicto	Inocente	OK	Error Menos grave
	Culpable	Error Muy grave	OK

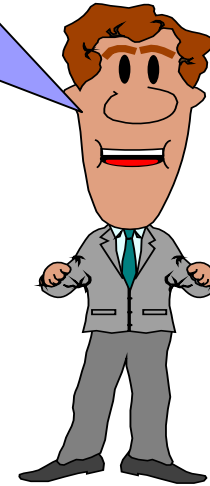
Tipos de error al contrastar hipótesis

	Realidad	
	H_0 cierta	H_0 Falsa
No Rechazo H_0	<p>Correcto</p> <p>El tratamiento no tiene efecto y así se decide.</p>	<p>Error de tipo II</p> <p>El tratamiento si tiene efecto pero no lo percibimos.</p> <p>Probabilidad β</p>
Rechazo H_0 Acepto H_1	<p>Error de tipo I</p> <p>El tratamiento no tiene efecto pero se decide que sí.</p> <p>Probabilidad α</p>	<p>Correcto</p> <p>El tratamiento tiene efecto y el experimento lo confirma.</p>

No se puede tener todo



Recordad lo que pasaba con sensibilidad y especificidad



- Para un tamaño muestral fijo, no se pueden reducir a la vez ambos tipos de error.
- Para reducir β , hay que aumentar el tamaño muestral.

Conclusiones

- Las hipótesis no se plantean después de observar los datos.
- En ciencia, las hipótesis nula y alternativa no tienen el mismo papel:
 - H_0 : Hipótesis científicamente más simple.
 - H_1 : El peso de la prueba recae en ella.
- α debe ser pequeño
- **Rechazar** una hipótesis consiste en observar si $p < \alpha$
- Rechazar una hipótesis no prueba que sea falsa. **Podemos cometer error de tipo I**
- No rechazar una hipótesis no prueba que sea cierta. **Podemos cometer error de tipo II**
- Si decidimos rechazar una hipótesis debemos mostrar la **probabilidad de equivocarnos**.

¿Qué hemos visto?

- Hipótesis
 - Nula
 - Alternativa
- Nivel de significación
 - α
 - Probabilidad de error de tipo I
- Significación, p .
 - Criterio de aceptación/rechazo.
- Tipos de error
 - Tipo I
 - Tipo II

