OLIMPIADA MATEMÁTICAS NIVEL II (1º - 2º ESO)

1. En mi huerto cosecho una cebolla cada 4 días, un tomate cada 15 días y una lechuga cada 18 días. Si me como los productos el mismo día que los cosecho, ¿cada cuántos días podré hacerme una ensalada mixta (lechuga, tomate y cebolla)?

A) 4 B) 18 C) 90 D) 180 E) Nunca

Solución:

Cuando haya podido hacer una ensalada mixta, para poder hacer otra habrá de pasar un número de días múltiplo de 4, 15 y 18.

La respuesta menor es el mínimo común múltiplo de (4, 15, 18): $\boxed{180 \text{ días}}$

$$4 = 2^2 \qquad 15 = 3\,.\,5 \qquad 18 = 2\,.\,3^2 \qquad m.c.m\,(4,15,18) = 2^2\,.\,3^2\,.\,5 = 180 \text{ días}$$

2. Al comprar unas deportivas nos hacen un 15% de descuento y así ahorramos 9 euros. ¿Cuántos euros hemos pagado por ellas?.

A) 60 B) 54 C) 51 D) 50 E) 48

Solución:

El 15% del precio son 9 euros, por las zapatillas hemos pagado el 85%. Basta establecer una regla de tres:

$$\frac{9}{15} = \frac{x}{85} \quad \mapsto \quad 9\,.\,85 = 15\,.\,x \quad \mapsto \quad x = \frac{9\,.\,85}{15} = \boxed{51 \text{ euros}}$$

3. La suma de las cifras del mayor primo que divide a 2007 es:

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Solución:

2007	3	
669	3	El proceso de descomponer en factores primos ha terminado con el número 223 que es primo, con lo cual la suma de sus cifras es 7
223	223	
1		

4. En una fiesta de 48 personas, 20 están bailando. Si de las 25 mujeres que hay, 13 no bailan, ¿cuántos hombres no bailan?

A) 12 B) 13 C) 8 D) 15 E) 10

Solución:

De 48 personas, 20 bailan y 28 no bailan.

De 25 mujeres, 13 no bailan y 12 bailan.

Hombres que no bailan: $28 - 13 = \boxed{15}$

5. Si me subo con mi madre en una báscula pesamos 103 kg, y si me subo con mi padre, 113 kg. Si mi padre y mi madre pesan juntos 126 kg, ¿cuántos kilos pesamos los tres juntos?

A) 168 B) 169 C) 170 D) 171 E) 172

Solución:

Se han pesado a tres personas de dos en dos. Sumando los tres resultados se tiene el peso de cada persona dos veces. en consecuencia, el resultado será la mitad de esa suma:

$$\text{peso de los tres} = \frac{103+113+126}{2} = \boxed{171 \text{ Kg}}$$

6. Zipi sólo miente los lunes, martes y miércoles, y Zape sólo miente los jueves, viernes y sábados. Un día los dos hermanos tuvieron esta charla: "Ayer me tocó mentir" dijo Zipi. "Pues a mí también me tocó mentir" dijo Zape. ¿En qué día de la semana estaban?

A) Lunes B) Martes C) Jueves D) Sábado E) Domingo

Solución:

El domingo no puede ser, no es posible que los dos digan la verdad, ya que entonces el día anterior hubieron mentido ambos y eso no ocurre ningún día.

Uno miente y otro dice la verdad. $\begin{cases} \text{Zipi}: & \text{lunes} & \text{martes} & \text{miércoles} \\ \text{Zape}: & \text{jueves} & \text{viernes} & \text{sábados} \end{cases}$

Con lo cual, a uno de los dos le tocaba mentir y pasó a decir la verdad.

Esto sólo le puede ocurrir al que le toque mentir en dos días consecutivos, es decir, Zipi.

La conversación la tuvieron el $\boxed{\text{jueves}}$

7. ¿Cuál de estos números no se puede obtener sumando menos de cuatro cuadrados perfectos?

A) 59 B) 69 C) 79 D) 89 E) 99

Solución:

Si no se conoce el resultado, a veces un número necesita cuatro cuadrados perfectos para su descomposición en sumas. En este sentido, si se puede, se hacen las menores descomposiciones:

$59 = 49 + 9 + 1 = 7^2 + 3^2 + 1^2$ $69 = 64 + 4 + 1 = 8^2 + 2^2 + 1^2$

$89 = 81 + 4 + 4 = 9^2 + 2^2 + 2^2$ $99 = 81 + 9 + 9 = 9^2 + 3^2 + 3^2$

No se puede descomponer en menos de cuatro cuadrados perfectos el número $\boxed{79}$

8. ¿De cuántas formas puedo elegir los dígitos 'a' y 'b' para que el número 5a21b sea múltiplo de 6?

A) Ninguna B) 5 C) 12 D) 15 E) 16

Solución:

Para que un número sea múltiplo de 6 tiene que serlo de 2 y de 3. Por tanto, 'b' tiene que terminar en 0 o en cifra par.

Con las posibilidades de 'b' se obtienen los posibles valores de 'a':

Número : 5a21b

b	0	2	4	6	8
a	1, 4, 7	2, 5, 8	0, 3, 6, 9	1, 4, 7	2, 5, 8

Para $b = 0$, las cifras del número 5a210 suman $8 + a$ y para que sea múltiplo de 3 hay tres posibilidades $a = (1, 4, 7)$

Para $b = 2$, las cifras del número 5a212 suman $10 + a$ y para que sea múltiplo de 3 hay tres posibilidades $a = (2, 5, 8)$

Para $b = 4$, las cifras del número 5a214 suman $12 + a$ y para que sea múltiplo de 3 hay tres posibilidades $a = (0, 3, 6, 9)$

En definitiva, los resultados posibles son $3 + 3 + 4 + 3 + 3 = \boxed{16}$

9. El mínimo común múltiplo de $2^3 \times 9 \times 10$, $4^2 \times 3^3 \times 5$ y $8 \times 3 \times 25^2$ es:

A) $2^3 \times 3^3 \times 4^2 \times 5 \times 9 \times 10 \times 25^2$ B) $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ C) 27×10^4

D) $2^4 \times 3^4 \times 5^2$ E) 180000

Solución:

Advierte que la descomposición en producto no lo es en factores primos, por tanto:

$2^3 \times 9 \times 10 = 2^3 \times \left[3^2\right] \times \left[2 \times 5\right] = 2^4 \times 3^2 \times 5$ $\quad$ $4^2 \times 3^3 \times 5 = \left[2^2\right]^2 \times 3^3 \times 5 = 2^4 \times 3^3 \times 5$

$$8 \times 3 \times 25^2 = \left[2^3\right] \times 3 \times \left[5^2\right]^2 = 2^3 \times 3 \times 5^4$$

El mínimo común múltiplo: $\boxed{2^4 \times 3^3 \times 5^4 = 27 \times \left[\ 2^4 \times 5^4\right] = 27 \times \left[\ 2 \times 5\right]^4 = 27 \times 10^4}$

10. En una granja hay conejos y gallinas. En total hay 24 cabezas y 72 patas. ¿Cuál es la diferencia entre el número de conejos y gallinas?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Solución:

Si se piensa que todos los 24 animales son gallinas, el número de patas de serían 48, nos faltan $72 - 48 = 24$ patas, de fácil comprensión porque hemos contado 2 patas por conejo en lugar de 4 patas.

Las 24 patas que faltan divididas por dos dan el número de conejos no contados (o contados como si fueran gallinas):

$$\text{número de conejos} = \frac{24}{2} = \boxed{12\ \text{conejos}}$$

$$\text{número de gallinas} = \boxed{12\ \text{gallinas}}$$

La diferencia entre conejos y gallinas es $\boxed{0}$

11. Escribiendo un 1 al principio y otro 1 al final de un número, éste aumenta en 14789. ¿Cuál es la suma de las cifras del número original?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

Solución:

Según el enunciado, el nuevo número tiene dos cifras más que el primero y además al restarle éste sigue teniendo dos cifras más.

Si ha aumentado en 14789, el número de partida tiene tres cifras (a b c).

$$\begin{array}{r} 1\ 4\ 7\ 8\ 9 \\ +\quad a\ b\ c \\ \hline 1\ a\ b\ c\ 1 \end{array} \mapsto \begin{cases} c = 2 \\ 9 + b = 12 \quad \mapsto \quad b = 3 \\ 8 + a = 13 \quad \mapsto \quad a = 5 \end{cases} \mapsto \boxed{\text{Número} = 532} \mapsto \boxed{\text{Suma cifras} = 10}$$

12. En la siguiente resta, ¿qué letra es la que tiene mayor valor?

$$\begin{array}{r} a\,4\,b\,7\,c \\ -5\,d\,8\,e\,6 \\ \hline 2\,8\,4\,9\,9 \end{array}$$

A) a B) b C) c D) d E) e

Solución:

Planteando la operación como una suma, resulta:

$$\begin{array}{r} 2\ 8\ 4\ 9\ 9 \\ +5\ d\ 8\ e\ 6 \\ \hline a\ 4\ b\ 7\ c \end{array} \rightarrow \begin{cases} c = 5 \\ 10 + e = 17 \quad \mapsto \quad e = 7 \\ 13 + b = b \quad \mapsto \quad b = 3 \\ 9 + d = 14 \quad \mapsto \quad d = 5 \\ a = 8 \end{cases} \mapsto \boxed{a = 8}$$

13. Alicia ahorra cada semana los $\frac{3}{4}$ de su paga. Si consigue ahorrar 312 al año (52 semanas), ¿cuál es la paga semanal de Alicia, en euros?

A) 2 B) 4,5 C) 7,5 D) 8 E) 10

Solución:

312 euros son los $\frac{3}{4}$ de su paga anual. La paga anual será:

$$\frac{312}{3/4} = \frac{x}{4/4} \Leftrightarrow \frac{312}{0{,}75} = \frac{x}{1} \mapsto x = \frac{312}{0{,}75} = 416 \text{ euros anuales.}$$

La paga semanal $= \frac{416}{52} = \boxed{8 \text{ euros / semana}}$

14. Tengo muchas monedas de 2 euros, de 1 euro y de 50 céntimos de euro. ¿De cuántas formas puedo llegar a pagar 10 euros?

A) 21 B) 36 C) 30 D) 33 E) 35

Solución:

Decidiendo el número de monedas de 2 euros y el de 1 euro a emplear, el número de monedas de 0,50 es obligatorio.

En consecuencia, basta con contar las formas de pagar una cantidad menor o igual que 10 euros con monedas de 2 euros y 1 euro.

2 €	5	4	3	2	1	0
1 €	0	0,1,2	0,1,2 3,4	0,1,2,3,4,5,6	0,1,2,3,4,5,6,7,8	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

Las formas de pagar 10 euros son: $1+3+5+7+9+11=\boxed{36 \text{ formas}}$

15. En la última evaluación estudié Sociales el triple de horas que Naturales, pero las Matemáticas las estudié 7,5 veces más que Naturales. ¿Cuántas veces más estudié Matemáticas que Sociales?

A) 2,5 B) 22,5 C) 10,5 D) 3 E) 4,5

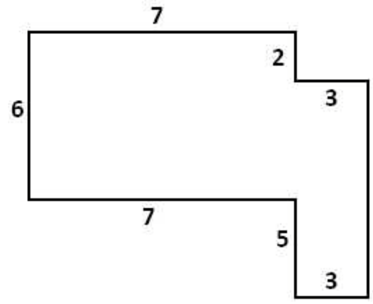
Solución:

Basta establecer las proporciones:

$$\frac{\text{Sociales}}{\text{Naturales}}=\frac{3}{1} \qquad \frac{\text{Matemáticas}}{\text{Naturales}}=\frac{7,5}{1}$$

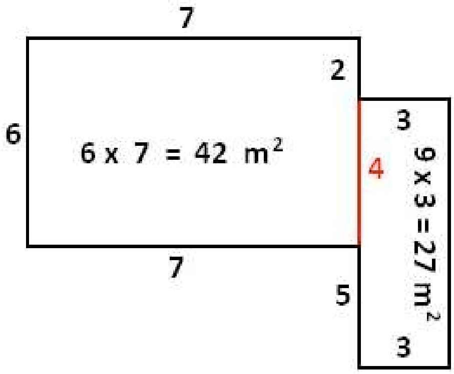
$$\frac{\text{Matemáticas}}{\cancel{\text{Naturales}}}:\frac{\text{Sociales}}{\cancel{\text{Naturales}}}=\frac{\text{Matemáticas}}{\text{Sociales}}=\frac{7,5}{1}:\frac{3}{1}=\frac{7,5}{3}=\boxed{2,5}$$

16. En la figura adjunta, todos los ángulos son rectos y todas las medidas vienen expresadas en metros.
¿Cuál es, en m^2, el área de la figura?



A) 69 B) 71 C) 61 D) 62 E) 70

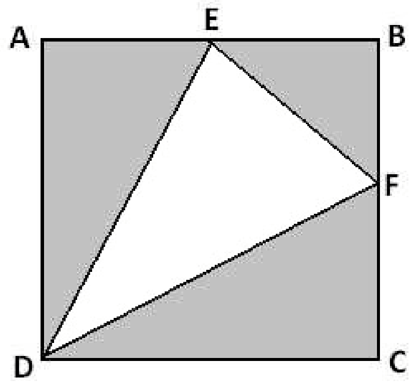
Solución:



Trazando una línea auxiliar, la figura se compone de dos rectángulos de lados 6 y 7 metros, y otro de 9 y 3 metros.

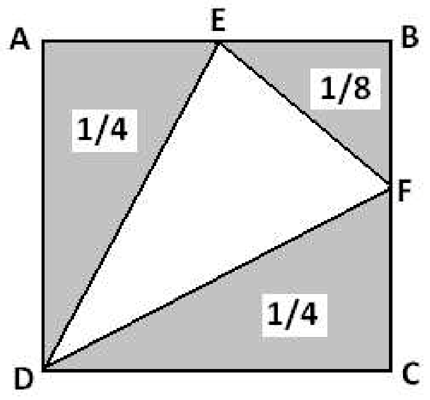
$$\text{Área} = [6 \times 7] + [9 \times 3] = 42\ m^2 + 27\ m^2 = \boxed{69\ m^2}$$

17. Si ABCD es un cuadrado y E y F son los puntos medios de los lados AB y BC respectivamente, ¿qué fracción del cuadrado ocupa la zona sombreada?



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

Solución:

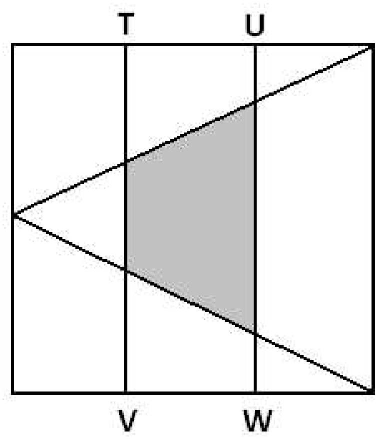


Cada uno de los triángulos ADE y CFD ocupan la cuarta parte del cuadrado. El triángulo BEF ocupa una octava parte del cuadrado.

La zona sombreada ocupa:

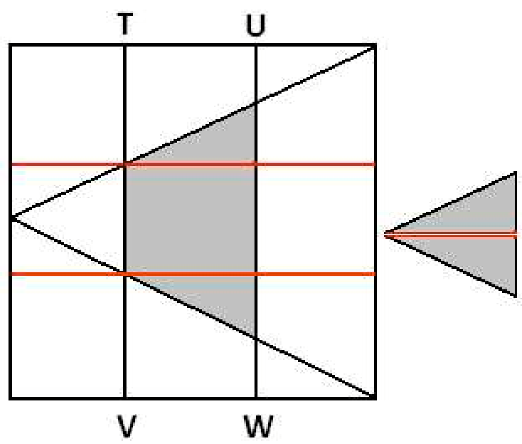
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{2+2+1}{8}=\boxed{\frac{5}{8}\text{ del cuadrado}}$$

18. Si el cuadrado tiene 30 cm^2 de área y los puntos T, U, V y W dividen a los lados correspondientes en partes iguales, el área de la zona sombreada, en cm^2, es:



A) 2,5 B) 2 C) 3 D) 6 E) 5

Solución:



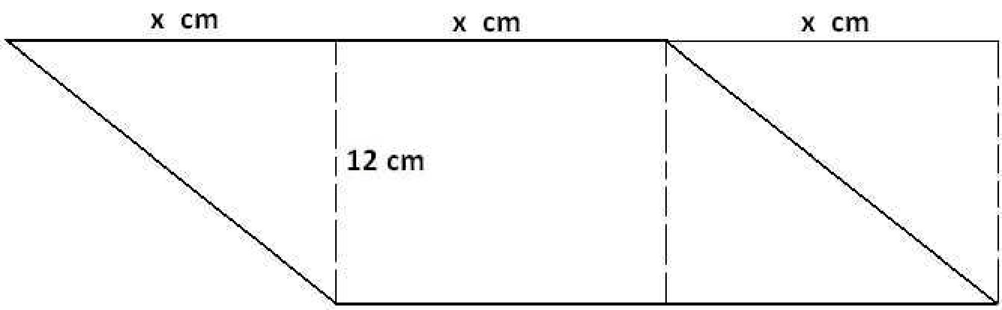
La figura sombreada se puede descomponer en un cuadradito central que tiene 1/9 del área del cuadrado de partida y dos triángulos que cubren la mitad del cuadradito central.

En consecuencia, el área sombreada es:

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{2+1}{18}=\frac{3}{18}=\boxed{\frac{1}{6}\text{ del área del cuadrado}}$$

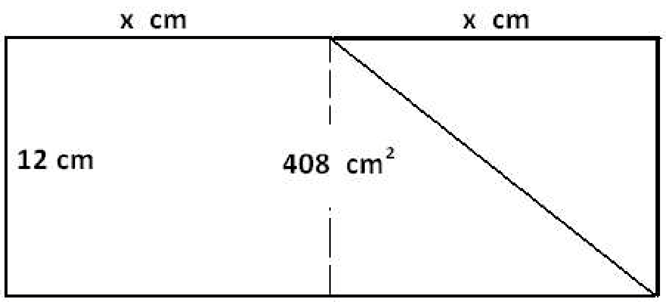
$$\text{Área sombreada}=\frac{30}{6}=\boxed{5\ cm^2}$$

19. El paralelogramo de la figura tiene 408 cm^2 de área y sus dimensiones son las que se indican. El valor de x es:



A) 8 B) 7 C) 12 D) 18 E) 17

Solución:



La figura es un paralelogramo de área:

$$A = 12\ .\ 2x = 408\ \ cm^2$$

$$x = \frac{408}{24} = \boxed{17\ \ cm}$$

20. De 30 veces que lancé una moneda, obtuve 12 caras; así pues mi porcentaje de caras fue el 40%. He vuelto a lanzar 10 veces más y he subido mi porcentaje al 50%. ¿Cuántas caras he obtenido en las 10 últimas tiradas?.

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Solución:

Al lanzar la moneda 40 veces he obtenido un porcentaje del 50%, es decir, he sacado 20 caras. Como en los primeros 30 lanzamientos había sacado 12 caras, en los últimos 10 lanzamientos he sacado $20 - 12 = \boxed{8\ \ caras}$

21. Corriendo a una velocidad de 10 km/h, he recorrido cierta distancia en 6 minutos. ¿A qué velocidad media debería correr para cubrir la misma distancia en 8 minutos?

A) 7,5 km/h B) 7,75 km/h C) 8 km/h D) 8,25 km/h E) 8,5 km/h

Solución:

$$10 \ \text{Km/h} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \ \text{Km/minuto} \quad \mapsto \quad d = 1 \ \text{Km}$$

$$\frac{1}{8} \ \text{km/minuto} = \frac{60}{8} \ \text{km/hora} = \boxed{7{,}5 \ \text{km/hora}}$$

22. En una librería hay menos de 300 libros. Si los agrupo en paquetes de 12, me sobran 2 libros. Si los agrupo en paquetes de 9, también me sobran 2 libros. Y si los agrupo en paquetes de 7 libros, no me sobra ninguno. El número de libros de esa librería es:

A) Menor que 50 B) Entre 50 y 100 C) Entre 100 y 150

D) Entre 150 y 200 E) Nada de lo anterior

Solución:

El número de libros (n) es múltiplo de 7 y además $(n-2)$ es múltiplo de 12 y de 9, por tanto múltiplo de 36.

Partiendo de 2 se avanza de 36 en 36 hasta llegar a un múltiplo de 7:

$$\boxed{2, 38, 74, 74, 110, 146, 182} \quad \mapsto \quad \text{respuesta } \boxed{D}$$

23. ¿Cuál es el primer año después de 2004 que sea el producto de tres enteros consecutivos?

A) 2005 B) 2040 C) 2046 D) 2052 E) 2184

Solución:

El producto $n \times (n+1) \times (n+2)$ debe ser superior a 2004 y estar próximo. Esto es, $(n+1)$ debe ser parecido a la raíz cúbica de 2004.

La raíz cúbica de 2004 se encuentra entre 12 y 13: $12^3 = 1728 \quad 2004 \quad 13^3 = 2197$

Probando con el producto: $11 \times 12 \times 13 = \boxed{2184}$

24. Colocando un 1 al final de un número, su valor aumenta en 13789. ¿Cuál es la suma de las cifras del número original?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

Solución:

$$\begin{array}{r} a\,b\,c\,d\,1 \\ -\quad a\,b\,c\,d \\ \hline 1\,3\,7\,8\,9 \end{array}$$

Es más fácil plantear la operación como una suma

$$\begin{array}{r} a\;\,b\;\,c\;\,d \\ +\;1\;\,3\;\,7\;\,8\;\,9 \\ \hline a\;\,b\;\,c\;\,d\;\,1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a\;\,b\;\,c\;\,d \\ +\;1\;\,3\;\,7\;\,8\;\,9 \\ \hline a\;\,b\;\,c\;\,d\;\,1 \end{array} \mapsto \begin{cases} d = 2 \\ 9 + c = 12 & \mapsto \quad c = 3 \\ b + 8 = 13 & \mapsto \quad b = 5 \\ a + 4 = 5 & \mapsto \quad a = 1 \end{cases} \leftrightarrow \quad \text{Número} = 1532 \quad \leftrightarrow \quad \text{Suma cifras} = \boxed{11}$$

25. La media de 4 números es k. Si añadimos el número 40, la media de los cinco números ahora es 14. ¿Cuánto vale k?

A) 6 B) 6,5 C) 7 D) 7,5 E) 8

Solución:

Si la media de 4 números es k $\mapsto$ su suma es $4k$

Añadiendo el número 40, la media de los cinco números es 14, estableciendo:

$$5 \times 14 = 40 + 4k \quad \mapsto \quad 70 = 40 + 4k \quad \mapsto \quad 30 = 4k \quad \mapsto \quad k = \frac{30}{4} = \boxed{7{,}5}$$

26. En la primera quincena de julio un artículo se rebaja un 10%. En la segunda el precio nuevo se rebaja otro 10%. ¿Cuál ha sido la rebaja acumulada sobre el precio original?

A) 9% B) 10% C) 19% D) 20% E) 21%

Solución:

Hemos pagado el 90% del 90%, es decir: $\frac{9\cancel{0}}{10\cancel{0}} \times \frac{9\cancel{0}}{10\cancel{0}} = \frac{81}{100} = 81\%$

La rebaja fue del $\boxed{19\%}$

27. ¿Cuántos números hay de tres cifras a5b que sean múltiplos de 12?

A) ocho B) seis C) cinco D) cuatro E) dos

Solución:

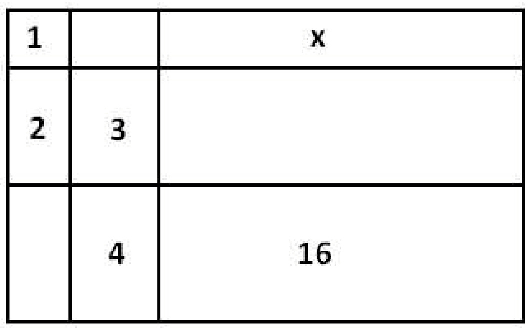
Para ser múltiplo de 12 tiene que serlo de 3 y de 4.

Para que el número a5b sea divisible por 4 debe terminar en 52 ó 56.

Los números a52 ó a56 que son divisibles por 3 son: $\begin{cases} 252 \quad 552 \quad 852 \\ 156 \quad 456 \quad 756 \end{cases}$

La respuesta es $\boxed{6}$

28. Dividimos un rectángulo en rectángulos más pequeños como indica el dibujo que no está hecho a escala. Si las áreas de los pequeños son las indicadas, x debe ser:



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Solución:

	a	b	c
d	1		x
e	2	3	
f		4	16

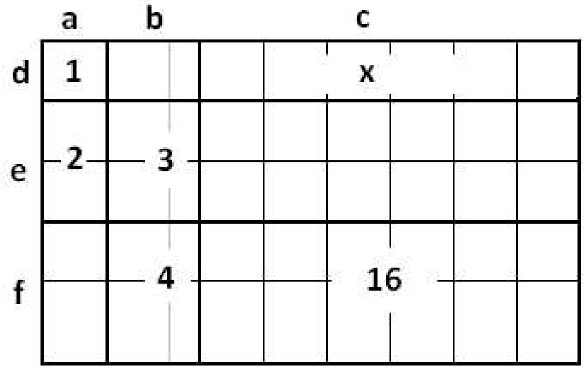
Se tienen las relaciones:

$a \times d = 1 \qquad a \times e = 2$

$b \times e = 3 \qquad b \times f = 4$

$c \times d = x \qquad c \times f = 16$

Al querer determinar $\left[c \times d\right]$, se multiplican los factores que tienen c y d, dividiendo por los factores que contienen las letras que sobran en el producto.
Al quedar nuevas letras en el denominador hay que multiplicar por $\left[b \times e\right]$

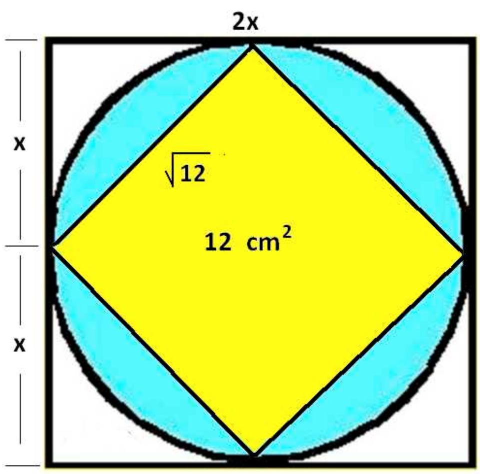


$$c \times d = \frac{\left[c \times \cancel{f}\right] \times \left[\cancel{a} \times d\right]}{\left[\cancel{b} \times \cancel{f}\right] \times \left[\cancel{a} \times \cancel{e}\right]} \times \boxed{\left[\cancel{b} \times \cancel{e}\right]} = \frac{\left[c \times f\right] \times \left[a \times d\right] \times \left[b \times e\right]}{\left[b \times f\right] \times \left[a \times e\right]} = \frac{\left[16\right] \times \left[1\right] \times \left[3\right]}{\left[4\right] \times \left[2\right]} = \boxed{6}$$

30. Si el cuadrado inscrito a una circunferencia tiene área 12 cm^2, el cuadrado circunscrito tiene área en cm^2:

A) 48 B) 24 C) 12 D) 6 E) 4

Solución:



Teorema de Pitágoras: $x^2 + x^2 = \left[\sqrt{12}\right]^2$

$2x^2 = 12 \quad \mapsto \quad x^2 = 6 \quad \mapsto \quad x = \sqrt{6}$

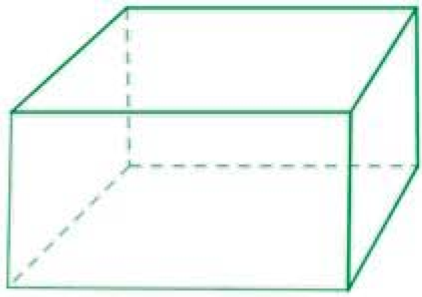
$\text{Lado}_{\text{circunscrito}} = 2\sqrt{6}$

$A_{\text{circunscrito}} = 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} = \boxed{24\ cm^2}$

31. Con 36 cubitos iguales hacemos un prisma. ¿Cuántos prismas distintos se pueden hacer?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Solución:



El prisma debe ser rectangular y recto (una caja de zapatos). El volumen será el producto de las tres dimensiones.

Para formar los distintos prismas posibles, hay que descomponer $36 = 2^2 \times 3^2$ en producto de tres números naturales:

$36 \times 1 \times 1$ $18 \times 2 \times 1$ $12 \times 3 \times 1$ $9 \times 4 \times 1$ $9 \times 2 \times 2$ $6 \times 6 \times 1$ $6 \times 3 \times 2$ $4 \times 3 \times 3$

Se pueden formar $\boxed{\text{8 prismas}}$

32. Si $\frac{1}{4}$ de un número es 6, entonces los $\frac{3}{8}$ de ese número es:

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

Solución:

Si la cuarta parte de un número es 6 $\mapsto$ el número es 24

$$\frac{3}{8} \times 24 = \frac{3 \times 24}{8} = 9$$

33. ¿Qué cifra ocupa el lugar 2004 después de la coma, en la expresión $\frac{3}{7}$?

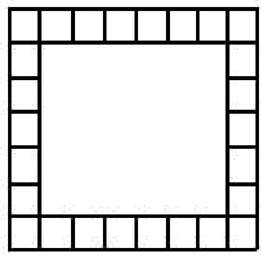
A) 2 B) 8 C) 5 D) 7 E) 1

Solución:

$\frac{3}{7} = 0,\overbrace{428571}\overbrace{428571}4......$ el periodo tiene seis cifras.

Dividiendo $\frac{2004}{6} = 334$ el resto es cero. En consecuencia, la cifra que ocupa el lugar 2004 después de la coma es la sexta del periodo $\overset{\frown}{428571}$, esto es el $\boxed{1}$

34. Un cuadrado de 6 dm de lado lo rodeamos de cuadraditos de 1 dm de lado y resultan 28 cuadraditos como puedes observar en la figura



¿Cuántos cuadraditos saldrían si el cuadrado grande en lugar de tener 6 dm de lado, tuviera 60 dm de lado?

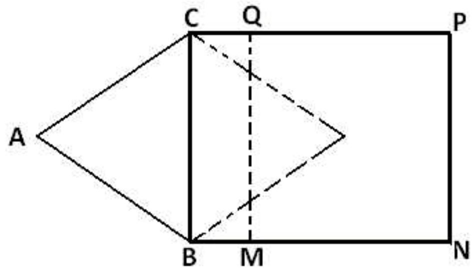
A) 240 B) 244 C) 248 D) 264 E) 280

Solución:

En cada lado de un cuadrado de 6 dm de lado reposan seis cuadraditos exteriores, completados de cuatro cuadraditos en las esquinas, un total de $6 \times 4 + 4 = 28$ cuadraditos.

Un cuadrado de 60 dm tendría un marco de $60 \times 4 + 4 = \boxed{244 \text{ cuadraditos}}$

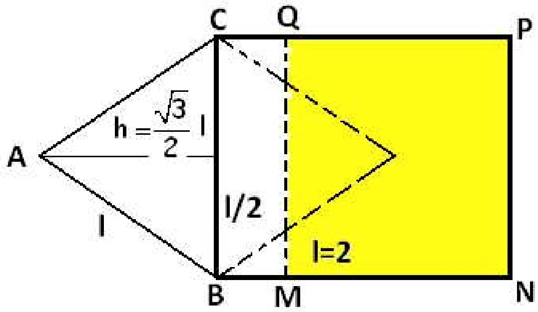
35. El área del triángulo equilátero ABC de la figura es $\sqrt{3}$. Si doblamos la figura por el segmento BC, el vértice A coincide con el centro del cuadrado MNPQ.



¿Cuál es el área del cuadrado MNPQ?

A) $3\sqrt{3}$ B) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\left[\sqrt{3}+1\right]$ E) 4

Solución:



Altura del triángulo equilátero:

$$h=\sqrt{l^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}=\sqrt{l^2-\frac{l^2}{4}}=\sqrt{\frac{3l^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}l$$

$$Área_{triángulo}=\frac{1}{2}\times l\times\left[\frac{\sqrt{3}}{2}l\right]=\frac{\sqrt{3}}{4}\times l^2=\sqrt{3}\quad\mapsto\quad l^2=\frac{4\times\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}}=4$$

El Área del cuadrado es $l^2=\boxed{4}$

36. Si S es la suma de los restos de las divisiones de los números 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, y 1205 entre 6, ¿cuál es el resto de la división de S entre 6?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

Solución:

Los restos de las divisiones entre 6 de seis números seguidos son todas distintas y en un determinado orden deben ser los cinco restos posibles: 0, 1, 2, 3, 4, y 5.

De donde, $S=15\quad\mapsto\quad$ Al dividir $\frac{15}{6}\quad\mapsto\quad\boxed{resto=3}$

37. Te enfrentas a una suma secreta en la que letras diferentes representan cifras diferentes.

$$\begin{array}{cccc} & O & L & A \\ + & S & A & L \\ \hline & M & A & R \end{array}$$

Ahí van cinco pistas: las letras de la palabra MORSA corresponden a las cifras 8, 7, 6, 5, 2, aunque no necesariamente por ese orden. ¿Y no me dices nada de la L?. No, no quiero, pero si te diré que el número OLA no es múltiplo de 11.

¿A qué cifra corresponde la S?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 2

Solución:

$$\begin{array}{cccc} & O & L & A \\ + & S & A & L \\ \hline & M & A & R \end{array}$$

Como $A+L=L+A$, siendo $R\neq A$, la suma $A+L>10$ para que nos llevemos 1 $\Rightarrow$ $A=R+1$

$$\begin{array}{cccc} & O & L+1 & A \\ + & S & A & L \\ \hline & M & 10+A & R \end{array}$$

$L+A+1=10+A \quad \mapsto \quad \boxed{L=9}$

$$\begin{array}{cccc} & O+1 & L+1 & A \\ + & S & A & L \\ \hline & M & 10+A & R \end{array}$$

$O+S+1=M \quad \mapsto \quad \begin{cases} 0, S=(2 \text{ ó } 5) \\ \boxed{M=8} \end{cases}$

Falta por determinar las letras A y R, a las que adjudicar los números 6 y 7. Siendo $A=R+1 \quad \mapsto \quad \boxed{A=7} \quad \boxed{R=6}$

$OLA \equiv \begin{cases} 297 \\ 597 \end{cases} \quad \mapsto \quad \text{No siendo múltiplo de } 11 \begin{cases} \cancel{297} \\ \boxed{597} \end{cases} \quad \leftrightarrow \quad \boxed{O=5} \quad \boxed{\boxed{S=2}}$

Concluyendo que $MORSA \equiv 85627$

38. En la siguiente lista de cinco números, los tres primeros suman cien; los tres del medio suman doscientos; y los tres últimos suman trescientos. ¿Qué número está en el centro de la lista?

10				130

A) 100 B) 60 C) 70 D) 50 E) 75

Solución:

10	a	b	c	130

$$\left.\begin{array}{r} 10+a+b=100 \\ a+b+c=200 \\ b+c+130=300 \end{array}\right\} \leftrightarrow \left.\begin{array}{r} a+b=90 \\ a+b+c=200 \\ b+c=170 \end{array}\right\} \leftrightarrow \left.\begin{array}{r} a+b=90 \\ a+170=200 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{c} a=30 \\ \boxed{b=60} \\ c=110 \end{array}$$

39. Estoy pensando un número de tres cifras que al dividirlo entre 3, entre 5 y entre 11, da resto cero. Además, ninguna de sus cifras es la suma de las otras dos. ¿Cuál es la cifra de las centenas de mi número?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Solución:

El número es múltiplo de 3, 5 y 11 $\mapsto$ $m.c.m.(3,5,11)=3\times 5\times 11=165$

El número 165 no verifica las condiciones del enunciado, de que ninguna de sus cifras es la suma de las otras dos.

Se buscan los múltiplos de 165 (múltiplos de 3, 5, 11) de tres cifras que verifiquen las condiciones del ejercicio:

330 495 660 825 990

Sólo el número 825 verifica que ninguna de sus cifras sea la suma de las otras dos. La cifra de las centenas del número es $\boxed{8}$

40. Una serpiente mide 4 codos y un cocodrilo mide 6 codos. Si utilizamos palmos, la serpiente mide 6 palmos. ¿Cuántos palmos mide el cocodrilo?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

Solución:

Basta utilizar una proporción:

$$\frac{4 \text{ codos serpiente}}{6 \text{ palmos serpiente}} = \frac{6 \text{ codos cocodrilo}}{x \text{ palmos cocodrilo}} \quad \mapsto \quad x = \frac{6 \times 6}{4} = \boxed{9 \text{ palmos cocodrilo}}$$

41. De los cinco números: 123456, 123^{456}, 456^{123}, 123×456, $12 \times 34 \times 56$. ¿Cuántos son múltiplos de 9?

A) Uno B) Dos C) Tres D) Cuatro E) Cinco

Solución:

123456 no es múltiplo de 9 porque la suma de sus cifras (21) no lo es.

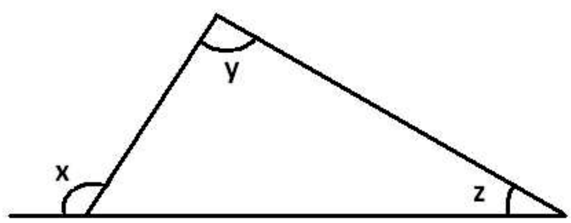
123^{456} es múltiplo de 9 porque 123 es múltiplo de 3

456^{123} es múltiplo de 9 porque 456 es múltiplo de 3

123×456 es múltiplo de 9 porque (123) y (456) son múltiplos de 3

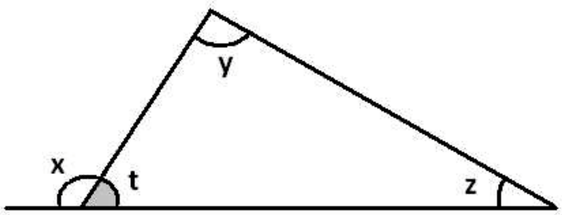
$12 \times 34 \times 56$ no es múltiplo de 9 pues aunque (12) es múltiplo de 3, (34) y (56) no lo son

42. En la figura hemos señalado tres ángulos. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?



A) $x = y + z$ B) $x > y + z$ C) $x < y + z$ D) $x < y$ E) $x < z$

Solución:

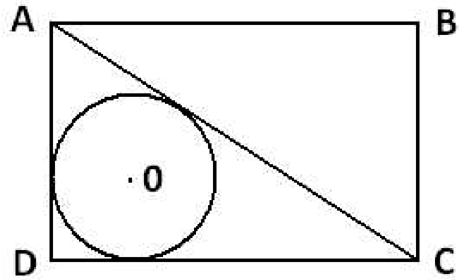


El ángulo x es complementario del ángulo interior del triángulo: $x + t = 180°$

La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180°: $t + y + z = 180°$

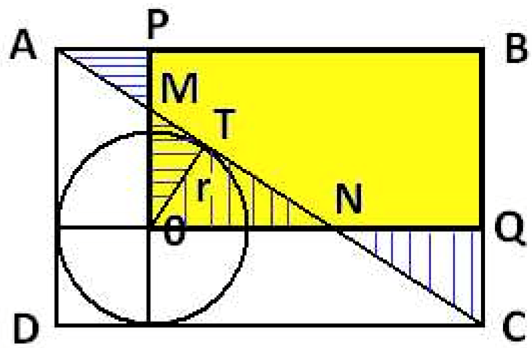
En consecuencia, $\boxed{x = y + z}$

43. En el rectángulo ABCD de área 2010 hemos dibujado el círculo de centro O, inscrito en el triángulo ACD. ¿Cuál es el área del rectángulo de lados paralelos al anterior en el que O y B son vértices diagonalmente opuestos?



A) 1340 B) 335π C) 1005 D) $670\sqrt{2}$ E) Nada de lo anterior

Solución:



Los triángulos MPA Y MOT son iguales. Ambos son rectángulos, tienen en M ángulos opuestos por el vértice.

$\overline{AP} = \overline{0T} = r$ (radio)

Análogamente, los triángulos NOT y NQC son iguales.

En consecuencia, el área del rectángulo P0QB es igual a la del triángulo ABC, mitad del rectángulo de partida ABCD.

$\text{Área (POQB)} = \frac{1}{2}\text{Área}(ABCD) = \frac{1}{2} \times (2010) = \boxed{1005}$

44. En esta suma, letras diferentes representan cifras diferentes. ¿Cuánto vale la suma T + Q + M?

$$\begin{array}{cccc} & M & T & Q \\ + & M & Q & T \\ \hline & T & Q & M \end{array}$$

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

Solución:

$$\begin{array}{cccc} & M & T & Q \\ + & M & Q & T \\ \hline & T & Q & M \end{array}$$

En la columna de las unidades $Q + T = \begin{cases} M \\ 10 + M \end{cases}$

En la columna de las decenas $T + Q$, teniendo que $T + Q \neq Q + T$ considerando la columna de las unidades. Con lo que se deduce que en la primera columna $Q + T = 10 + M$ y se lleva una unidad a la columna de las decenas, y por tanto estas suman $10 + Q - 1$

En las decenas: $T + Q = 10 + Q - 1 \quad \mapsto \quad \boxed{T = 9}$

En las centenas: $M + M + 1 = T \quad \mapsto \quad 2M = 9 - 1 = 8 \quad \mapsto \quad \boxed{M = 4}$

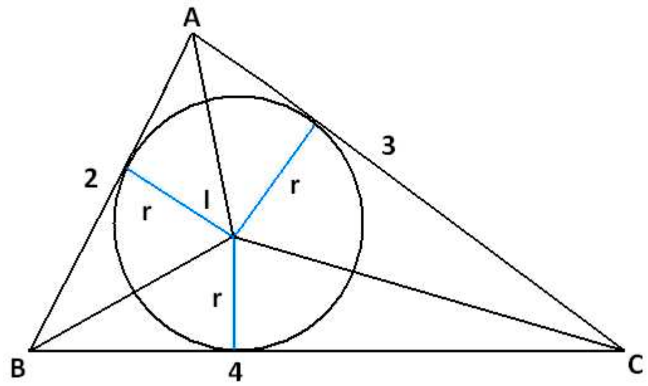
En las unidades: $Q + T = 10 + M \quad \mapsto \quad Q + 9 = 14 \quad \mapsto \quad \boxed{Q = 5}$

La suma $T + Q + M = 9 + 5 + 4 = \boxed{18}$

45. En el triángulo ABC, de lados 2, 3 y 4 cm, las bisectrices de los ángulos A y B se cortan en el punto I. ¿Cuál es el valor del cociente entre el área del triángulo IAB y el área del triángulo ABC?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{3}{5}$

Solución:



El Incentro (I) de un triángulo divide a éste en tres triángulos de altura el radio inscrito y bases cada uno de los lados.

El área del triángulo ABC se descompone como suma de las áreas de los tres triángulos:

$$S_{ABC} = \underbrace{\frac{4r}{2}}_{IBC} + \underbrace{\frac{3r}{2}}_{IAC} + \underbrace{\frac{2r}{2}}_{IAB} = \frac{9r}{2}$$

El cociente solicitado: $\frac{2r}{2} : \frac{9r}{2} = \frac{4\cancel{r}}{18\cancel{r}} = \frac{4}{18} = \boxed{\frac{2}{9}}$