

XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: Día 27 de febrero de 2008

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

iii Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS.**
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

1 La edad del padre de Nacho es cuatro veces la edad de éste. Dentro de cuatro años será sólo el triple. ¿Cuántos años desde ahora deben pasar para que sea sólo el doble?

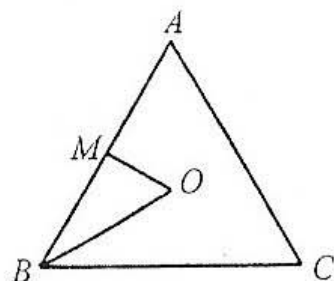
- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

2 Con $10!$ (diez factorial) representamos al producto $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ (multiplicar diez por todos los enteros anteriores hasta el uno) ¿Cuál es el número más pequeño que multiplicado por $10!$ nos da un cubo perfecto?

- A) 490 B) 630 C) 1470 D) 4410 E) 8820

3 El triángulo equilátero ABC tiene 24 cm de perímetro. O es el centro del triángulo y M el punto medio del lado AB . ¿Cuál es, en cm, el perímetro del triángulo BOM ?

- A) 4 B) 6 C) $4 + 4\sqrt{3}$ D) $2 + 6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$



4 El radio de la circunferencia inscrita en un triángulo de perímetro 30 cm y área 30 cm^2 , mide en cm:

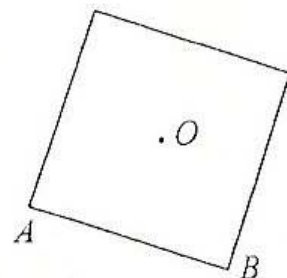
- A) 2 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

5 Una cuesta la subo en bicicleta a 12 km/h y la bajo a 24 km/h. La velocidad media, en km/h, del recorrido total de subida y bajada ha sido:

- A) 20 B) 18 C) 18,2 D) 16 E) 15,6

6 El cuadrado de la figura tiene como vértices $A(3, 5)$ y $B(9, 3)$. Las coordenadas de su centro O son:

- A) (6, 6) B) (7, 7) C) (6, 7) D) (6, 8) E) (7, 6)



7 Los tres lados de un triángulo acutángulo miden un número entero de centímetros. Si dos lados miden 10 y 15 cm, la menor medida posible para el tercer lado es:

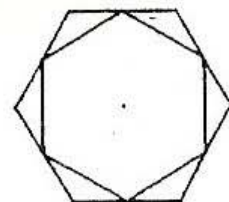
- A) 5 cm B) 10 cm C) 11 cm D) 12 m E) 15 cm

8 Al dividir un número entre 5 da 4 de resto, y al dividirlo entre 7 da 6 de resto. ¿Cuál es el resto al dividirlo entre 35?

- A) 24 B) 19 C) 22 D) 13 E) 34

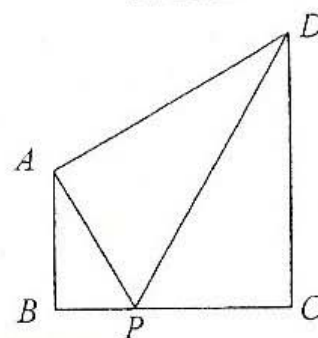
9 El hexágono interior tiene sus vértices en los puntos medios del hexágono exterior. Si el grande tiene de área 20 cm^2 , ¿cuál es, en cm^2 , el área del pequeño?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18



10 Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el triángulo ABP tiene de área 12 cm^2 , el área del trapecio $ABCD$, en cm^2 , es:

- A) 84 B) 90 C) 96 D) 100 E) 108



11 María y Juan hacen la misma colección de cromos que consta de 240 cromos. María tiene 192 diferentes y Juan 160. Juntando sus cromos les faltarían aún 10 cromos para acabarla. ¿Cuántos cromos tiene María que no tiene Juan?

- A) 32 B) 36 C) 38 D) 48 E) 70

12 Mi casa dista del colegio 720 m. Tanto al ir como al volver lo hago con velocidad uniforme. Tardo 4 minutos al ir y 6 minutos al volver. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?

- A) 240 m B) 268 m C) 396 m D) 432 m E) 480 m

13 En 3º de ESO hay tres grupos A, B y C, que cuentan con 30, 25 y 20 alumnos, respectivamente. Si en el mismo orden la proporción de chicas en cada grupo es de $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{2}$, la proporción de chicas en 3º de ESO es de:

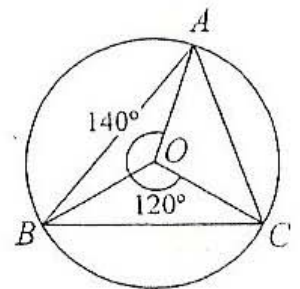
- A) 52% B) $\frac{38}{75}$ C) 54% D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{8}{15}$

14 Si cuando escribimos $a \otimes b$ queremos decir $(a+b) \cdot b$, ¿cuál es el valor de $(3 \otimes 5) - (5 \otimes 3)$?

- A) -16 B) -8 C) 0 D) 8 E) 16

15 El punto O es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC en el que $\hat{B}OC = 120^\circ$ y $\hat{A}OB = 140^\circ$, como se muestra en la figura. ¿Cuánto mide el ángulo $\hat{A}BC$?

- A) 35° B) 40° C) 45° D) 50° E) 60°



16 Los ángulos de un cuadrilátero $ABCD$ verifican $\hat{A} = 2\hat{B} = 3\hat{C} = 4\hat{D}$. ¿Cuál es la medida del ángulo \hat{A} redondeada al entero más próximo?

- A) 125° B) 144° C) 153° D) 173° E) 180°

17 ¿Cuál es, en cm^2 , el área del círculo circunscrito al triángulo isósceles de lados 3, 3 y 2 cm?

- A) 2π B) $\frac{5\pi}{2}$ C) $\frac{81}{32}\pi$ D) 3π E) $\frac{7\pi}{2}$

18 La edad actual de Juan, T años, es la suma de las edades de sus tres hijos y hace N años era el doble de la suma de las edades que sus hijos tenían entonces. ¿Cuál es el valor de $\frac{T}{N}$?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19 Dos círculos de radio 2 cm tiene por centros los puntos $O(2,0)$ y $P(0,2)$. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de la zona común a ambos?

- A) $\pi - 2$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ D) $2(\pi - 2)$ E) π

20 En un centro se hizo la misma prueba del Concurso de Primavera a un grupo de alumnos muy buenos de ESO y a todos los de Bachillerato. La media global fue de 84 puntos. Los de ESO, que eran solamente el 10%, obtuvieron todos la misma puntuación y la media de los de Bachillerato fue 83 puntos. ¿Cuál fue la puntuación de cada estudiante de ESO?

- A) 85 B) 88 C) 93 D) 94 E) 98

21 Los números a y b satisfacen las ecuaciones $3^a = 81^{b+2}$ y $125^b = 5^{a-3}$. ¿Cuál es el valor de $a \cdot b$?

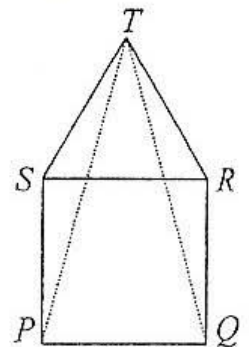
- A) -60 B) -17 C) 9 D) 12 E) 60

22 Si m y n son dos enteros positivos con $75m = n^3$, ¿cuál es el mínimo valor posible de $m+n$?

- A) 15 B) 30 C) 50 D) 60 E) 5700

23 Si el cuadrado $PQRS$ y el triángulo equilátero STR están en el mismo plano, ¿cuánto mide el ángulo PTQ ?

- A) 16° B) $22^\circ 30'$ C) 30° D) 36° E) 40°



24 ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados los números obtenidos sean las cifras de un cuadrado perfecto de dos cifras?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{7}{36}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

25 Una bolsa contiene seis palitos de longitudes 1, 3, 5, 7, 11 y 13 cm. ¿Cuántos triángulos diferentes pueden construirse utilizando tres de esos seis palitos?

- A) 20 B) 11 C) 8 D) 1 E) 5

XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE : Día 27 de febrero de 2008

Hoja de respuestas

Nombre y apellidos:

Nivel. Curso. Fecha de nacimiento. Colegio/IES.

1.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	14.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
2.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	15.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
3.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	16.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
4.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	17.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
5.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	18.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
6.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	19.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
7.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	20.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
8.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	21.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
9.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	22.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
10.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	23.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
11.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	24.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
12.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	25.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
13.-	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E						

Espacio reservado para el equipo calificador.

CORRECTAS (5)

EN BLANCO (2)

INCORRECTAS

PUNTUACIÓN

XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: Día 27 de febrero de 2008

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

iii Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS.**
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

1 La edad del padre de Nacho es cuatro veces la edad de éste. Dentro de cuatro años será sólo el triple. ¿Cuántos años desde ahora deben pasar para que sea sólo el doble?

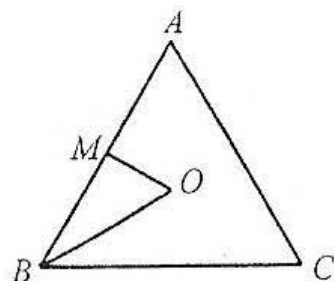
- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

2 Con $10!$ (diez factorial) representamos al producto $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ (multiplicar diez por todos los enteros anteriores hasta el uno) ¿Cuál es el número más pequeño que multiplicado por $10!$ nos da un cubo perfecto?

- A) 490 B) 630 C) 1470 D) 4410 E) 8820

3 El triángulo equilátero ABC tiene 24 cm de perímetro. O es el centro del triángulo y M el punto medio del lado AB . ¿Cuál es, en cm, el perímetro del triángulo BOM ?

- A) 4 B) 6 C) $4 + 4\sqrt{3}$ D) $2 + 6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$



4 El radio de la circunferencia inscrita en un triángulo de perímetro 30 cm y área 30 cm^2 , mide en cm:

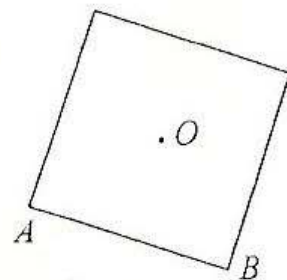
- A) 2 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

5 Una cuesta la subo en bicicleta a 12 km/h y la bajo a 24 km/h. La velocidad media, en km/h, del recorrido total de subida y bajada ha sido:

- A) 20 B) 18 C) 18,2 D) 16 E) 15,6

6 El cuadrado de la figura tiene como vértices $A(3, 5)$ y $B(9, 3)$. Las coordenadas de su centro O son:

- A) (6, 6) B) (7, 7) C) (6, 7) D) (6, 8) E) (7, 6)



7 Los tres lados de un triángulo acutángulo miden un número entero de centímetros. Si dos lados miden 10 y 15 cm, la menor medida posible para el tercer lado es:

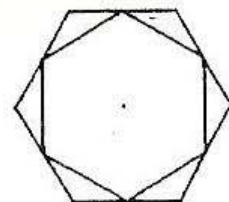
- A) 5 cm B) 10 cm C) 11 cm D) 12 m E) 15 cm

8 Al dividir un número entre 5 da 4 de resto, y al dividirlo entre 7 da 6 de resto. ¿Cuál es el resto al dividirlo entre 35?

- A) 24 B) 19 C) 22 D) 13 E) 34

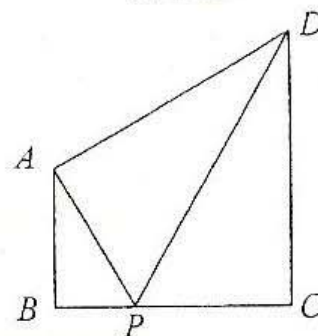
9 El hexágono interior tiene sus vértices en los puntos medios del hexágono exterior. Si el grande tiene de área 20 cm^2 , ¿cuál es, en cm^2 , el área del pequeño?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

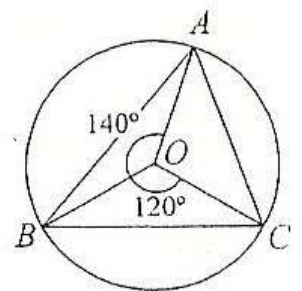


10 Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el triángulo ABP tiene de área 12 cm^2 , el área del trapecio $ABCD$, en cm^2 , es:

- A) 84 B) 90 C) 96 D) 100 E) 108



- 11) María y Juan hacen la misma colección de cromos que consta de 240 cromos. María tiene 192 diferentes y Juan 160. Juntando sus cromos les faltarían aún 10 cromos para acabarla. ¿Cuántos cromos tiene María que no tiene Juan?
 A) 32 B) 36 C) 38 D) 48 **E) 70**
- 12) Mi casa dista del colegio 720 m. Tanto al ir como al volver lo hago con velocidad uniforme. Tardo 4 minutos al ir y 6 minutos al volver. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?
 A) 240 m B) 268 m C) 396 m **D) 432 m** E) 480 m
- 13) En 3º de ESO hay tres grupos A, B y C, que cuentan con 30, 25 y 20 alumnos, respectivamente. Si en el mismo orden la proporción de chicas en cada grupo es de $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{2}$, la proporción de chicas en 3º de ESO es de:
 A) 52% **B) $\frac{38}{75}$** C) 54% D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{8}{15}$
- 14) Si cuando escribimos $a \otimes b$ queremos decir $(a+b) \cdot b$, ¿cuál es el valor de $(3 \otimes 5) - (5 \otimes 3)$?
 A) -16 B) -8 C) 0 D) 8 **E) 16**
- 15) El punto O es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC en el que $\widehat{BOC} = 120^\circ$ y $\widehat{AOB} = 140^\circ$, como se muestra en la figura. ¿Cuánto mide el ángulo \widehat{ABC} ?
 A) 35° B) 40° C) 45° **D) 50°** E) 60°
- 16) Los ángulos de un cuadrilátero $ABCD$ verifican $\widehat{A} = 2\widehat{B} = 3\widehat{C} = 4\widehat{D}$. ¿Cuál es la medida del ángulo \widehat{A} redondeada al entero más próximo?
 A) 125° B) 144° C) 153° **D) 173°** E) 180°
- 17) ¿Cuál es, en cm^2 , el área del círculo circunscrito al triángulo isósceles de lados 3, 3 y 2 cm?
 A) 2π B) $\frac{5\pi}{2}$ **C) $\frac{81}{32}\pi$** D) 3π E) $\frac{7\pi}{2}$
- 18) La edad actual de Juan, T años, es la suma de las edades de sus tres hijos y hace N años era el doble de la suma de las edades que sus hijos tenían entonces. ¿Cuál es el valor de $\frac{T}{N}$?
 A) 2 B) 3 C) 4 **D) 5** E) 6
- 19) Dos círculos de radio 2 cm tiene por centros los puntos $O(2,0)$ y $P(0,2)$. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de la zona común a ambos?
 A) $\pi - 2$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ **D) $2(\pi - 2)$** E) π



20 En un centro se hizo la misma prueba del Concurso de Primavera a un grupo de alumnos muy buenos de ESO y a todos los de Bachillerato. La media global fue de 84 puntos. Los de ESO, que eran solamente el 10%, obtuvieron todos la misma puntuación y la media de los de Bachillerato fue 83 puntos. ¿Cuál fue la puntuación de cada estudiante de ESO?

- A) 85 B) 88 C) 93 D) 94 E) 98

21 Los números a y b satisfacen las ecuaciones $3^a = 81^{b+2}$ y $125^b = 5^{a-3}$. ¿Cuál es el valor de $a \cdot b$?

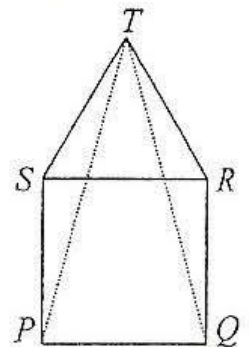
- A) -60 B) -17 C) 9 D) 12 E) 60

22 Si m y n son dos enteros positivos con $75m = n^3$, ¿cuál es el mínimo valor posible de $m+n$?

- A) 15 B) 30 C) 50 D) 60 E) 5700

23 Si el cuadrado $PQRS$ y el triángulo equilátero STR están en el mismo plano, ¿cuánto mide el ángulo PTQ ?

- A) 16° B) $22^\circ 30'$ C) 30° D) 36° E) 40°



24 ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados los números obtenidos sean las cifras de un cuadrado perfecto de dos cifras?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{7}{36}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

25 Una bolsa contiene seis palitos de longitudes 1, 3, 5, 7, 11 y 13 cm. ¿Cuántos triángulos diferentes pueden construirse utilizando tres de esos seis palitos?

- A) 20 B) 11 C) 8 D) 1 E) 5

