

XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: Día 27 de febrero de 2008

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

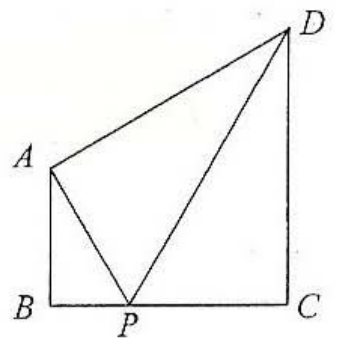
Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

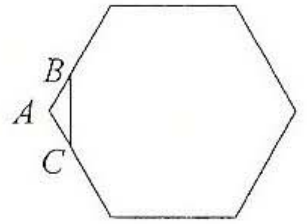
Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1 Una parábola de eje vertical y vértice $V(2, 1)$, que pasa por $(4, 9)$, también pasa por:
 A) $(1, 2)$ B) $(1, 3)$ C) $(1, 4)$ D) $(1, 5)$ E) $(1, 6)$
- 2 Si un rombo de 10 cm de lado tiene un ángulo de 30° , entonces su área, en cm^2 , es:
 A) 50 B) $50\sqrt{2}$ C) $50\sqrt{3}$ D) 60 E) $20\sqrt{3}$
- 3 El radio, en cm, de la circunferencia circunscrita a un triángulo con un lado que mide 4 cm y ángulo opuesto de 30° es:
 A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) 4
- 4 ¿Cuántas soluciones formadas por enteros positivos tiene la ecuación $4x + 3y + 2z = 18$?
 A) tres B) cinco C) seis D) ocho E) nueve
- 5 Un triángulo acutángulo tiene dos lados que miden 10 y 15 cm. De las medidas: 5, 10, 15, 18 y 20 cm, ¿cuántas pueden corresponder al tercer lado?
 A) una B) dos C) tres D) cuatro E) cinco
- 6 El resto de dividir un polinomio por $x - 5$ es 2 y el resto de dividirlo por $x - 2$ es 5. ¿Cuál es el resto de dividirlo por $x^2 - 7x + 10$?
 A) $3x + 7$ B) $-3x + 10$ C) $-x + 7$ D) $2x + 3$ E) $3x + 2$
- 7 Al dividir un número entre 5 da resto 3, y al dividirlo por 7 da resto 2. ¿Cuál es el resto al dividirlo por 35?
 A) 24 B) 12 C) 5 D) 9 E) 23
- 8 Se tira una moneda tres veces y se gana si salen dos caras seguidas. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$
- 9 Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el segmento BC mide 12 cm, el área, en cm^2 , del trapecio $ABCD$ es:
 A) 108 B) $72\sqrt{2}$ C) $72\sqrt{3}$ D) 96 E) $64\sqrt{6}$
- 10 Mi casa dista del colegio 840 m. Al ir y al volver camino a una velocidad uniforme, si bien a la ida voy un tercio más rápido que a la vuelta. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?
 A) 210 m B) 240 m C) 360 m D) 420 m E) 480 m



- 11 El hexágono regular de la figura tiene área 216 cm^2 . En el triángulo isósceles ABC , el lado AB es un tercio del lado del hexágono. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de dicho triángulo?



- A) 16 B) 12 C) 9 D) 6 E) 4

- 12 ¿Cuáles son las dos últimas cifras de 51^{48} ?

- A) 81 B) 61 C) 41 D) 21 E) 01

- 13 $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) =$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{17}{18}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

- 14 Los triángulos ABC y ADC son isósceles con $AB = BC$ y $AD = DC$. Si el punto D está dentro del triángulo ABC , siendo el ángulo $\hat{ABC} = 40^\circ$ y el ángulo $\hat{ADC} = 140^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo \hat{BAD} ?

- A) 20° B) 30° C) 40° D) 50° E) 60°

- 15 La media de las edades de todos los miembros de una familia compuesta por padre, madre y varios hijos es 20 años. Si el padre tiene 48 años y la media de las edades de la madre y de todos los hijos es 16, ¿cuántos hijos tienen?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 16 Si m y n son dos enteros positivos con $75m = n^3$, ¿cuál es el mínimo valor posible de $m + n$?

- A) 15 B) 30 C) 50 D) 60 E) 5700

- 17 Si el número a verifica $a + \frac{1}{a} = 4$, ¿cuál es el valor de $a^4 + \frac{1}{a^4}$?

- A) 256 B) 164 C) 172 D) 192 E) 194

- 18 ¿Cuántas parejas (m, n) de enteros positivos, con $m > n$, verifican $m^2 - n^2 = 96$?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

- 19 Si $\sin a + \sin b = \sqrt{\frac{5}{3}}$ y $\cos a + \cos b = 1$, $\cos(a - b)$ es igual a:

- A) $\sqrt{\frac{5}{3}} - 1$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

- 20 La función f verifica que $f(3x - 1) = x^3 + x + 1$ para cualquier número real x . ¿Cuál es el valor de $f(5)$?

- A) 7 B) 13 C) 31 D) 11 E) 131

21 Considera las progresiones aritméticas 2001, 2008, 2015, ... y 1999, 2008, 2017, ¿Cuál es el siguiente número, después del 2008, que aparece en las dos?

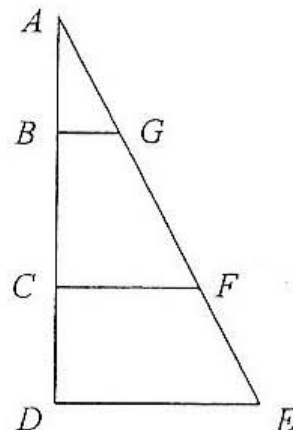
- A) 2080 B) 2078 C) 2071 D) 2106 E) 2134

22 ¿Cuál es el mayor número que al dividirlo entre 2008 nos da que el cociente es igual que resto?

- A) 4034072 B) 4018 C) 4030054 D) 4032063 E) 2009

23 En la figura adjunta los segmentos de longitudes BG , CF y DE son paralelos. Si $AG = 3$, $GF = 4$, $FE = 3$, $DE = 5$, $BG = x$ y $CF = y$, ¿cuánto vale $x + y$?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

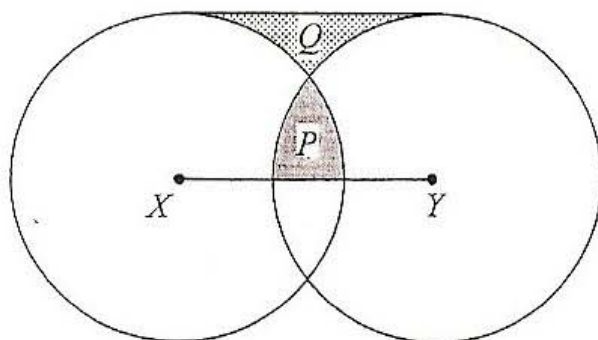


24 Si $y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}}$, ¿para cuál de los valores siguientes de x resulta que y no es un número real?

- A) -6 B) -3 C) 1 D) 3 E) 6

25 Los puntos X e Y son los centros de dos círculos de radio 1 cm. Si el área de la región P es la misma que el área de la región Q , la longitud del segmento XY , en cm, es igual a:

- A) 1,5 B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) 1,4 E) 1,6



XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE : Día 27 de febrero de 2008

Hoja de respuestas

Nombre y apellidos:

Nivel..... Curso..... Fecha de nacimiento..... Colegio/IES.....

1.-	A	B	C	D	E	14.-	A	B	C	D	E
2.-	A	B	C	D	E	15.-	A	B	C	D	E
3.-	A	B	C	D	E	16.-	A	B	C	D	E
4.-	A	B	C	D	E	17.-	A	B	C	D	E
5.-	A	B	C	D	E	18.-	A	B	C	D	E
6.-	A	B	C	D	E	19.-	A	B	C	D	E
7.-	A	B	C	D	E	20.-	A	B	C	D	E
8.-	A	B	C	D	E	21.-	A	B	C	D	E
9.-	A	B	C	D	E	22.-	A	B	C	D	E
10.-	A	B	C	D	E	23.-	A	B	C	D	E
11.-	A	B	C	D	E	24.-	A	B	C	D	E
12.-	A	B	C	D	E	25.-	A	B	C	D	E
13.-	A	B	C	D	E						

Espacio reservado para el equipo calificador.

CORRECTAS (5)

EN BLANCO (2)

INCORRECTAS

PUNTUACIÓN

XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: Día 27 de febrero de 2008

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

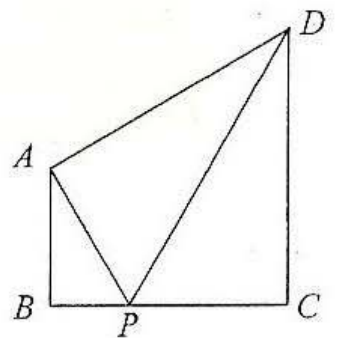
Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

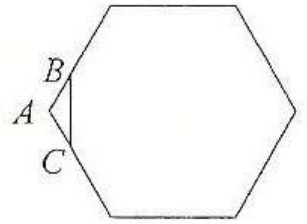
Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1 Una parábola de eje vertical y vértice $V(2, 1)$, que pasa por $(4, 9)$, también pasa por:
 A) $(1, 2)$ **B) $(1, 3)$** C) $(1, 4)$ D) $(1, 5)$ E) $(1, 6)$
- 2 Si un rombo de 10 cm de lado tiene un ángulo de 30° , entonces su área, en cm^2 , es:
A) 50 B) $50\sqrt{2}$ C) $50\sqrt{3}$ D) 60 E) $20\sqrt{3}$
- 3 El radio, en cm, de la circunferencia circunscrita a un triángulo con un lado que mide 4 cm y ángulo opuesto de 30° es:
 A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 3 **E) 4**
- 4 ¿Cuántas soluciones formadas por enteros positivos tiene la ecuación $4x + 3y + 2z = 18$?
A) tres B) cinco C) seis D) ocho E) nueve
- 5 Un triángulo acutángulo tiene dos lados que miden 10 y 15 cm. De las medidas: 5, 10, 15, 18 y 20 cm, ¿cuántas pueden corresponder al tercer lado?
 A) una **B) dos** C) tres D) cuatro E) cinco
- 6 El resto de dividir un polinomio por $x - 5$ es 2 y el resto de dividirlo por $x - 2$ es 5. ¿Cuál es el resto de dividirlo por $x^2 - 7x + 10$?
 A) $3x + 7$ B) $-3x + 10$ **C) $-x + 7$** D) $2x + 3$ E) $3x + 2$
- 7 Al dividir un número entre 5 da resto 3, y al dividirlo por 7 da resto 2. ¿Cuál es el resto al dividirlo por 35?
 A) 24 B) 12 C) 5 D) 9 **E) 23**
- 8 Se tira una moneda tres veces y se gana si salen dos caras seguidas. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?
 A) $\frac{1}{2}$ **B) $\frac{3}{8}$** C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$
- 9 Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el segmento BC mide 12 cm, el área, en cm^2 , del trapecio $ABCD$ es:
 A) 108 B) $72\sqrt{2}$ **C) $72\sqrt{3}$** D) 96 E) $64\sqrt{6}$
- 10 Mi casa dista del colegio 840 m. Al ir y al volver camino a una velocidad uniforme, si bien a la ida voy un tercio más rápido que a la vuelta. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?
 A) 210 m B) 240 m C) 360 m D) 420 m **E) 480 m**



- 11 El hexágono regular de la figura tiene área 216 cm^2 . En el triángulo isósceles ABC , el lado AB es un tercio del lado del hexágono. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de dicho triángulo?



A) 16 B) 12 C) 9 D) 6 **E) 4**

- 12 ¿Cuáles son las dos últimas cifras de 51^{48} ?

A) 81 B) 61 C) 41 D) 21 **E) 01**

- 13 $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) =$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{17}{18}$ **C) $\frac{7}{12}$** D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

- 14 Los triángulos ABC y ADC son isósceles con $AB = BC$ y $AD = DC$. Si el punto D está dentro del triángulo ABC , siendo el ángulo $\hat{ABC} = 40^\circ$ y el ángulo $\hat{ADC} = 140^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo \hat{BAD} ?

A) 20° B) 30° C) 40° **D) 50°** E) 60°

- 15 La media de las edades de todos los miembros de una familia compuesta por padre, madre y varios hijos es 20 años. Si el padre tiene 48 años y la media de las edades de la madre y de todos los hijos es 16, ¿cuántos hijos tienen?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 **E) 6**

- 16 Si m y n son dos enteros positivos con $75m = n^3$, ¿cuál es el mínimo valor posible de $m + n$?

A) 15 B) 30 C) 50 **D) 60** E) 5700

- 17 Si el número a verifica $a + \frac{1}{a} = 4$, ¿cuál es el valor de $a^4 + \frac{1}{a^4}$?

A) 256 B) 164 C) 172 D) 192 **E) 194**

- 18 ¿Cuántas parejas (m, n) de enteros positivos, con $m > n$, verifican $m^2 - n^2 = 96$?

A) 3 **B) 4** C) 6 D) 9 E) 12

- 19 Si $\sin a + \sin b = \sqrt{\frac{5}{3}}$ y $\cos a + \cos b = 1$, $\cos(a - b)$ es igual a:

A) $\sqrt{\frac{5}{3}} - 1$ **B) $\frac{1}{3}$** C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

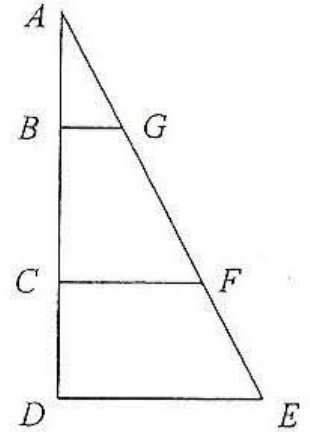
- 20 La función f verifica que $f(3x - 1) = x^3 + x + 1$ para cualquier número real x . ¿Cuál es el valor de $f(5)$?

A) 7 B) 13 C) 31 **D) 11** E) 131

- 21 Considera las progresiones aritméticas 2001, 2008, 2015, ... y 1999, 2008, 2017, ¿Cuál es el siguiente número, después del 2008, que aparece en las dos?
- A) 2080 B) 2078 **C) 2071** D) 2106 E) 2134

- 22 ¿Cuál es el mayor número que al dividirlo entre 2008 nos da que el cociente es igual que resto?
- A) 4034072 B) 4018 C) 4030054 **D) 4032063** E) 2009

- 23 En la figura adjunta los segmentos de longitudes BG , CF y DE son paralelos. Si $AG = 3$, $GF = 4$, $FE = 3$, $DE = 5$, $BG = x$ y $CF = y$, ¿cuánto vale $x + y$?
- A) 3 B) 4 **C) 5** D) 6 E) 7



- 24 Si $y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}}$, ¿para cuál de los valores siguientes de x resulta que y no es un número

real?

- A) -6 **B) -3** C) 1 D) 3 E) 6

- 25 Los puntos X e Y son los centros de dos círculos de radio 1 cm. Si el área de la región P es la misma que el área de la región Q , la longitud del segmento XY , en cm, es igual a:

- A) 1,5 B) $\frac{\pi}{4}$ **C) $\frac{\pi}{2}$** D) 1,4 E) 1,6

