

## XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: Día 27 de febrero de 2008

**NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)**

**iii Lee detenidamente las instrucciones!!!**

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- \* No pases la página hasta que se te indique.
- \* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- \* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- \* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- \* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	<b>5 puntos</b>
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	<b>2 puntos</b>
<i>Cada respuesta errónea</i>	<b>0 puntos</b>

- \* **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- \* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

**CONVOCA:**

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

**COLABORAN:**

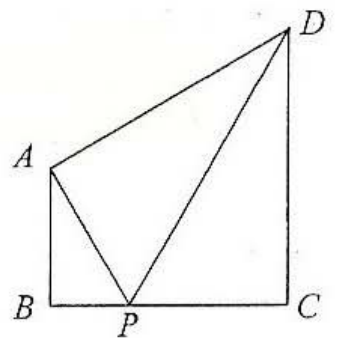
Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

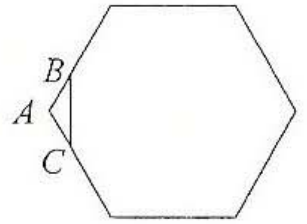
Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés  
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1 Una parábola de eje vertical y vértice  $V(2, 1)$ , que pasa por  $(4, 9)$ , también pasa por:  
 A)  $(1, 2)$     B)  $(1, 3)$     C)  $(1, 4)$     D)  $(1, 5)$     E)  $(1, 6)$
- 2 Si un rombo de 10 cm de lado tiene un ángulo de  $30^\circ$ , entonces su área, en  $\text{cm}^2$ , es:  
 A) 50    B)  $50\sqrt{2}$     C)  $50\sqrt{3}$     D) 60    E)  $20\sqrt{3}$
- 3 El radio, en cm, de la circunferencia circunscrita a un triángulo con un lado que mide 4 cm y ángulo opuesto de  $30^\circ$  es:  
 A) 2    B)  $2\sqrt{2}$     C)  $2\sqrt{3}$     D) 3    E) 4
- 4 ¿Cuántas soluciones formadas por enteros positivos tiene la ecuación  $4x + 3y + 2z = 18$ ?  
 A) tres    B) cinco    C) seis    D) ocho    E) nueve
- 5 Un triángulo acutángulo tiene dos lados que miden 10 y 15 cm. De las medidas: 5, 10, 15, 18 y 20 cm, ¿cuántas pueden corresponder al tercer lado?  
 A) una    B) dos    C) tres    D) cuatro    E) cinco
- 6 El resto de dividir un polinomio por  $x - 5$  es 2 y el resto de dividirlo por  $x - 2$  es 5. ¿Cuál es el resto de dividirlo por  $x^2 - 7x + 10$ ?  
 A)  $3x + 7$     B)  $-3x + 10$     C)  $-x + 7$     D)  $2x + 3$     E)  $3x + 2$
- 7 Al dividir un número entre 5 da resto 3, y al dividirlo por 7 da resto 2. ¿Cuál es el resto al dividirlo por 35?  
 A) 24    B) 12    C) 5    D) 9    E) 23
- 8 Se tira una moneda tres veces y se gana si salen dos caras seguidas. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?  
 A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{3}{8}$     C)  $\frac{5}{8}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $\frac{1}{4}$
- 9 Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el segmento  $BC$  mide 12 cm, el área, en  $\text{cm}^2$ , del trapecio  $ABCD$  es:  
 A) 108    B)  $72\sqrt{2}$     C)  $72\sqrt{3}$     D) 96    E)  $64\sqrt{6}$
- 10 Mi casa dista del colegio 840 m. Al ir y al volver camino a una velocidad uniforme, si bien a la ida voy un tercio más rápido que a la vuelta. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?  
 A) 210 m    B) 240 m    C) 360 m    D) 420 m    E) 480 m



- 11 El hexágono regular de la figura tiene área  $216 \text{ cm}^2$ . En el triángulo isósceles  $ABC$ , el lado  $AB$  es un tercio del lado del hexágono. ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área de dicho triángulo?



- A) 16      B) 12      C) 9      D) 6      E) 4

- 12 ¿Cuáles son las dos últimas cifras de  $51^{48}$ ?

- A) 81      B) 61      C) 41      D) 21      E) 01

- 13  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) =$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{17}{18}$       C)  $\frac{7}{12}$       D)  $\frac{5}{6}$       E)  $\frac{1}{3}$

- 14 Los triángulos  $ABC$  y  $ADC$  son isósceles con  $AB = BC$  y  $AD = DC$ . Si el punto  $D$  está dentro del triángulo  $ABC$ , siendo el ángulo  $\hat{ABC} = 40^\circ$  y el ángulo  $\hat{ADC} = 140^\circ$ , ¿cuánto mide el ángulo  $\hat{BAD}$ ?

- A)  $20^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $40^\circ$       D)  $50^\circ$       E)  $60^\circ$

- 15 La media de las edades de todos los miembros de una familia compuesta por padre, madre y varios hijos es 20 años. Si el padre tiene 48 años y la media de las edades de la madre y de todos los hijos es 16, ¿cuántos hijos tienen?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

- 16 Si  $m$  y  $n$  son dos enteros positivos con  $75m = n^3$ , ¿cuál es el mínimo valor posible de  $m + n$ ?

- A) 15      B) 30      C) 50      D) 60      E) 5700

- 17 Si el número  $a$  verifica  $a + \frac{1}{a} = 4$ , ¿cuál es el valor de  $a^4 + \frac{1}{a^4}$ ?

- A) 256      B) 164      C) 172      D) 192      E) 194

- 18 ¿Cuántas parejas  $(m, n)$  de enteros positivos, con  $m > n$ , verifican  $m^2 - n^2 = 96$ ?

- A) 3      B) 4      C) 6      D) 9      E) 12

- 19 Si  $\sin a + \sin b = \sqrt{\frac{5}{3}}$  y  $\cos a + \cos b = 1$ ,  $\cos(a - b)$  es igual a:

- A)  $\sqrt{\frac{5}{3}} - 1$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E) 1

- 20 La función  $f$  verifica que  $f(3x - 1) = x^3 + x + 1$  para cualquier número real  $x$ . ¿Cuál es el valor de  $f(5)$ ?

- A) 7      B) 13      C) 31      D) 11      E) 131

21 Considera las progresiones aritméticas 2001, 2008, 2015, ... y 1999, 2008, 2017, .... ¿Cuál es el siguiente número, después del 2008, que aparece en las dos?

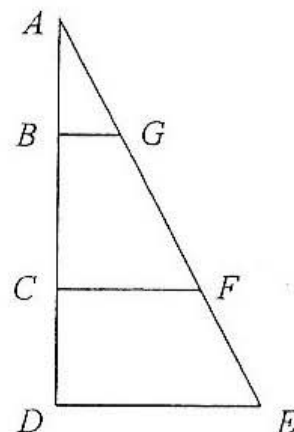
- A) 2080    B) 2078    C) 2071    D) 2106    E) 2134

22 ¿Cuál es el mayor número que al dividirlo entre 2008 nos da que el cociente es igual que resto?

- A) 4034072    B) 4018    C) 4030054    D) 4032063    E) 2009

23 En la figura adjunta los segmentos de longitudes  $BG$ ,  $CF$  y  $DE$  son paralelos. Si  $AG = 3$ ,  $GF = 4$ ,  $FE = 3$ ,  $DE = 5$ ,  $BG = x$  y  $CF = y$ , ¿cuánto vale  $x + y$ ?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

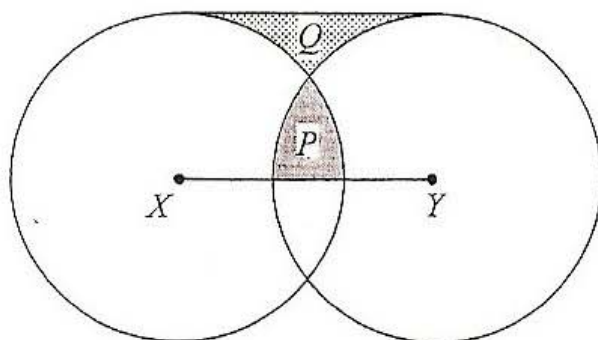


24 Si  $y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}}$ , ¿para cuál de los valores siguientes de  $x$  resulta que  $y$  no es un número real?

- A) -6    B) -3    C) 1    D) 3    E) 6

25 Los puntos  $X$  e  $Y$  son los centros de dos círculos de radio 1 cm. Si el área de la región  $P$  es la misma que el área de la región  $Q$ , la longitud del segmento  $XY$ , en cm, es igual a:

- A) 1,5    B)  $\frac{\pi}{4}$     C)  $\frac{\pi}{2}$     D) 1,4    E) 1,6



## XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: Día 27 de febrero de 2008

**NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)**

**iii Lee detenidamente las instrucciones!!!**

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- \* No pases la página hasta que se te indique.
- \* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- \* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- \* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- \* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	<b>5 puntos</b>
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	<b>2 puntos</b>
<i>Cada respuesta errónea</i>	<b>0 puntos</b>

- \* **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- \* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

**CONVOCA:**

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

**COLABORAN:**

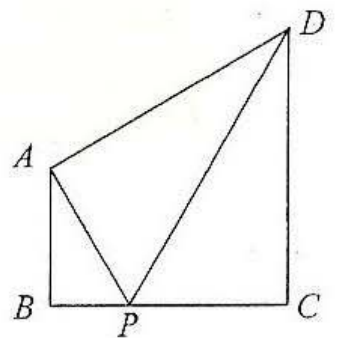
Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

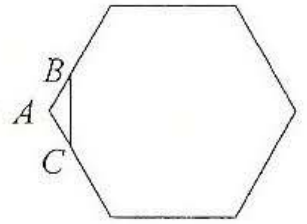
Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés  
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1 Una parábola de eje vertical y vértice  $V(2, 1)$ , que pasa por  $(4, 9)$ , también pasa por:  
 A)  $(1, 2)$    **B)  $(1, 3)$**    C)  $(1, 4)$    D)  $(1, 5)$    E)  $(1, 6)$
- 2 Si un rombo de 10 cm de lado tiene un ángulo de  $30^\circ$ , entonces su área, en  $\text{cm}^2$ , es:  
**A) 50**   B)  $50\sqrt{2}$    C)  $50\sqrt{3}$    D) 60   E)  $20\sqrt{3}$
- 3 El radio, en cm, de la circunferencia circunscrita a un triángulo con un lado que mide 4 cm y ángulo opuesto de  $30^\circ$  es:  
 A) 2   B)  $2\sqrt{2}$    C)  $2\sqrt{3}$    D) 3   **E) 4**
- 4 ¿Cuántas soluciones formadas por enteros positivos tiene la ecuación  $4x + 3y + 2z = 18$ ?  
**A) tres**   B) cinco   C) seis   D) ocho   E) nueve
- 5 Un triángulo acutángulo tiene dos lados que miden 10 y 15 cm. De las medidas: 5, 10, 15, 18 y 20 cm, ¿cuántas pueden corresponder al tercer lado?  
 A) una   **B) dos**   C) tres   D) cuatro   E) cinco
- 6 El resto de dividir un polinomio por  $x - 5$  es 2 y el resto de dividirlo por  $x - 2$  es 5. ¿Cuál es el resto de dividirlo por  $x^2 - 7x + 10$ ?  
 A)  $3x + 7$    B)  $-3x + 10$    **C)  $-x + 7$**    D)  $2x + 3$    E)  $3x + 2$
- 7 Al dividir un número entre 5 da resto 3, y al dividirlo por 7 da resto 2. ¿Cuál es el resto al dividirlo por 35?  
 A) 24   B) 12   C) 5   D) 9   **E) 23**
- 8 Se tira una moneda tres veces y se gana si salen dos caras seguidas. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?  
 A)  $\frac{1}{2}$    **B)  $\frac{3}{8}$**    C)  $\frac{5}{8}$    D)  $\frac{3}{4}$    E)  $\frac{1}{4}$
- 9 Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el segmento  $BC$  mide 12 cm, el área, en  $\text{cm}^2$ , del trapecio  $ABCD$  es:  
 A) 108   B)  $72\sqrt{2}$    **C)  $72\sqrt{3}$**    D) 96   E)  $64\sqrt{6}$
- 10 Mi casa dista del colegio 840 m. Al ir y al volver camino a una velocidad uniforme, si bien a la ida voy un tercio más rápido que a la vuelta. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?  
 A) 210 m   B) 240 m   C) 360 m   D) 420 m   **E) 480 m**



- 11 El hexágono regular de la figura tiene área  $216 \text{ cm}^2$ . En el triángulo isósceles  $ABC$ , el lado  $AB$  es un tercio del lado del hexágono. ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área de dicho triángulo?



A) 16      B) 12      C) 9      D) 6      **E) 4**

- 12 ¿Cuáles son las dos últimas cifras de  $51^{48}$ ?

A) 81      B) 61      C) 41      D) 21      **E) 01**

- 13  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) =$

A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{17}{18}$       **C)  $\frac{7}{12}$**       D)  $\frac{5}{6}$       E)  $\frac{1}{3}$

- 14 Los triángulos  $ABC$  y  $ADC$  son isósceles con  $AB = BC$  y  $AD = DC$ . Si el punto  $D$  está dentro del triángulo  $ABC$ , siendo el ángulo  $\hat{A}BC = 40^\circ$  y el ángulo  $\hat{A}DC = 140^\circ$ , ¿cuánto mide el ángulo  $\hat{B}AD$ ?

A)  $20^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $40^\circ$       **D)  $50^\circ$**       E)  $60^\circ$

- 15 La media de las edades de todos los miembros de una familia compuesta por padre, madre y varios hijos es 20 años. Si el padre tiene 48 años y la media de las edades de la madre y de todos los hijos es 16, ¿cuántos hijos tienen?

A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      **E) 6**

- 16 Si  $m$  y  $n$  son dos enteros positivos con  $75m = n^3$ , ¿cuál es el mínimo valor posible de  $m + n$ ?

A) 15      B) 30      C) 50      **D) 60**      E) 5700

- 17 Si el número  $a$  verifica  $a + \frac{1}{a} = 4$ , ¿cuál es el valor de  $a^4 + \frac{1}{a^4}$ ?

A) 256      B) 164      C) 172      D) 192      **E) 194**

- 18 ¿Cuántas parejas  $(m, n)$  de enteros positivos, con  $m > n$ , verifican  $m^2 - n^2 = 96$ ?

A) 3      **B) 4**      C) 6      D) 9      E) 12

- 19 Si  $\sin a + \sin b = \sqrt{\frac{5}{3}}$  y  $\cos a + \cos b = 1$ ,  $\cos(a - b)$  es igual a:

A)  $\sqrt{\frac{5}{3}} - 1$       **B)  $\frac{1}{3}$**       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E) 1

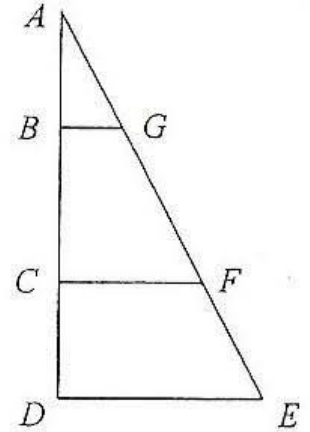
- 20 La función  $f$  verifica que  $f(3x - 1) = x^3 + x + 1$  para cualquier número real  $x$ . ¿Cuál es el valor de  $f(5)$ ?

A) 7      B) 13      C) 31      **D) 11**      E) 131

- 21 Considera las progresiones aritméticas 2001, 2008, 2015, ... y 1999, 2008, 2017, .... ¿Cuál es el siguiente número, después del 2008, que aparece en las dos?
- A) 2080    B) 2078    **C) 2071**    D) 2106    E) 2134

- 22 ¿Cuál es el mayor número que al dividirlo entre 2008 nos da que el cociente es igual que resto?
- A) 4034072    B) 4018    C) 4030054    **D) 4032063**    E) 2009

- 23 En la figura adjunta los segmentos de longitudes  $BG$ ,  $CF$  y  $DE$  son paralelos. Si  $AG = 3$ ,  $GF = 4$ ,  $FE = 3$ ,  $DE = 5$ ,  $BG = x$  y  $CF = y$ , ¿cuánto vale  $x + y$ ?
- A) 3    B) 4    **C) 5**    D) 6    E) 7



- 24 Si  $y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}}$ , ¿para cuál de los valores siguientes de  $x$  resulta que  $y$  no es un número real?
- A) -6    **B) -3**    C) 1    D) 3    E) 6

- 25 Los puntos  $X$  e  $Y$  son los centros de dos círculos de radio 1 cm. Si el área de la región  $P$  es la misma que el área de la región  $Q$ , la longitud del segmento  $XY$ , en cm, es igual a:
- A) 1,5    B)  $\frac{\pi}{4}$     **C)  $\frac{\pi}{2}$**     D) 1,4    E) 1,6

